

ECRICOME

Voie E

Rapport - Antoine Crouzet

Remarques générales

Ce sujet Ecricome voie E est composé de trois exercices de longueurs inégales.

- L'exercice 1 est un exercice classique sur le fond d'algèbre linéaire. On étudie un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, et on montre que toute matrice de ce sous espace vectoriel est diagonalisable.
- L'exercice 2 est un exercice mélangeant étude de fonctions, densité et variables aléatoires, avec un soupçon de convergence en loi.
- L'exercice 3 est un exercice de probabilités discrète sur la notion de variables aléatoires échangeables, avec de nombreuses questions Scilab.

Exercice 1

L'exercice 1 était plutôt abordable et bien accompagné. Pas de vraie question piège, la forme n'est pas forcément classique, mais le fond l'est.

Quelques calculs peuvent handicaper les élèves les moins à l'aise (les valeurs propres de A, l'inverse de P). Pour le reste, c'est très classique d'Ecricome et bien adapté à des élèves de ECE.

Exercice 2

L'exercice 2 est composé de quatre parties liées entre elle. Il était **très long**, trop même. En plus de cela, il était très technique, avec des astuces, ou alors des maîtrises calculatoires que les élèves d'ECE n'ont pas tous, surtout pour une bonne partie des élèves visant Ecricome.

Question 1

On étudie des fonctions g_n , en faisant la distinction entre g_0 (question a) et g_n pour $n \geq 1$ (question b).

La dérivée de g_n va poser problème (quotient de deux fonctions pas agréables) mais l'étude du signe de g'_n est bien accompagnée. En revanche, la limite de g_n en $+\infty$ a du en rebuter plus d'un : il était judicieux ici d'utiliser les équivalents pour se ramener aux croissances comparées, et ne surtout pas affirmer directement que la limite vaut 0.

La question c ne pose pas de problème, et la question d posera les mêmes problèmes que la limite de g_n .

L'ensemble de cette question va servir dans la suite, et il était important, sans avoir réussi à tout traiter, d'avoir au moins assimilé les éléments essentiels (positivité de g_n , petit o montré en d).

Question 2

On étudie ensuite l'intégrabilité de g_n sur $[0; +\infty[$. En utilisant la question 1, cela se fait sans trop de difficultés, excepté calculatoires pour l'intégration par partie.

La dernière question permet d'évaluer le raisonnement par récurrence.

Cette question est tout de même moins difficile que la première.

Question 3

On utilise les questions 1 et 2 pour introduire une densité. La question a ne pose pas de problème si on a bien compris les questions 1 et 2.

La question b est technique, pour montrer que la variable aléatoire X_n n'admet pas d'espérance. Elle est difficile en première lecture.

Les questions c et d ne posent pas de soucis. La question e est difficile de prime abord, mais si l'intégration par partie de la question 2 a été bien traitée, elle saute aux yeux.

Les questions f et g sont difficiles, car il faut avoir le recul nécessaire pour comprendre ce que l'on a fait, et reconnaître (question g) une série exponentielle.

La dernière question, question de convergence en loi, sera peu discriminante - peu d'élèves vont la traiter, mais permet à Ecricome de mettre un peu de convergence en loi, ou plutôt de non convergence.

Question 4

On introduit une variable aléatoire dépendant de la précédente. Cette question est finalement moins délicate que les précédentes, mais elle nécessite

1. d'avoir assimilé ce qui précède.
2. d'avoir du recul
3. d'avoir encore du temps.

Car l'ensemble des questions est abordable mais elles sont très chronophages, et surtout après ce qui a été fait avant.

Cette question était faisable sans avoir les résultats de la questions 3, en utilisant juste la fonction de répartition et la densité de X_n .

Exercice 3

L'exercice 3 est un exercice de probabilité discrète, qui a été utilisé pour poser des questions de Scilab.

Les deux questions des résultats préliminaires ne posent pas de problème si on a compris la notion d'indépendance.

Concernant Scilab, il est à noter que le concepteur a fait le choix de faire plusieurs questions liées, en utilisant le concept de fonction, ce qui simplifie les écritures. C'est un bon point.

Les difficultés potentielles (fonctions renvoyant plusieurs valeurs) sont évitées en énonçant explicitement les valeurs d'entrées et de sorties.

Ainsi, les questions Scilab ne posaient en réalité pas de difficultés. Il est regrettable cependant qu'il y ait eu deux erreurs d'énoncé sur ces questions :

- question 3b : en Scilab, le `else if` indiqué était en réalité un `elseif`. Cette erreur n'a pas dû poser de soucis.
- question 3c : plus grave, l'énoncé présentait une erreur pour le tableau `loiXY`, dû certainement à un copier coller mal fait. La dernière valeur du tableau est fausse. Les élèves ayant (encore) de l'énergie et du recul auront compris l'erreur, mais il est dommage, à ce niveau là, et sur des questions Scilab, qu'elle soit présente.

On utilise alors Scilab pour émettre une conjecture, qu'on démontre, dans le cas d'une variante, dans la question 4, qui ne posait également pas de problème.

Conclusion

L'ensemble du sujet parcourt assez bien le programme d'ECE. Les exercices 1 et 3, adaptés aux élèves de la voie Economique, sont plutôt classiques sur le fond, et moins sur la forme. Ils ne posent cependant pas de problèmes majeurs.

En revanche, l'exercice 2 est démesurément long. En effet, si on attend d'un élève qu'il rédige proprement, cela prend (beaucoup) de temps. De plus, les élèves de la voie économique, en moyenne, sont moins à l'aise d'un point de vue technique que les élèves de la voie scientifique. Or, de nombreuses questions de l'exercice 2 sont techniques, soit par le calcul, soit par une astuce.

Habituellement, les élèves apprécient les exercices d'étude de fonctions. Ici, ils n'ont pas dû être déçus, surtout que l'étude des variables aléatoires à densité X_n et Y_n n'étaient pas des plus simples.