Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Annexe 1
Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **économique et commerciale**

Option : **Economique (ECE)**

Discipline : **Mathématiques-Informatique**

Première année

Table des matières

INTRODUCTION

1 Objectifs généraux de la formation

Les mathématiques jouent un rôle important en sciences économiques et en gestion, dans les domaines notamment de la finance ou de la gestion d'entreprise, de la finance de marché, des sciences sociales. Les probabilités et la statistique interviennent dans tous les secteurs de l'économie et dans une grande variété de contextes (actuariat, biologie, épidémiologie, finance quantitative, prévision économique...) où la modélisation de phénomènes aléatoires à partir de bases de données est indispensable.

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement des classes préparatoires économiques et commerciales et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants. Ils précisent également certains points de terminologie et certaines notations.

Les limites du programme sont clairement précisées. Elles doivent être respectées aussi bien dans le cadre de l'enseignement en classe que dans l'évaluation.

L'objectif n'est pas de former des professionnels des mathématiques, mais des personnes capables d'utiliser des outils mathématiques ou d'en comprendre l'usage dans diverses situations de leur parcours académique et professionnel.

Une fonction fondamentale de l'enseignement des mathématiques dans ces classes est de structurer la pensée des étudiants et de les former à la rigueur et à la logique en insistant sur les divers types de raisonnement (par équivalence, implication, l'absurde, analyse-synthèse, ...).

2 Compétences développées

L'enseignement de mathématiques en classes préparatoires économiques et commerciales vise en particulier à développer chez les étudiants les compétences suivantes :

- **Rechercher et mettre en œuvre des stratégies adéquates :** savoir analyser un problème, émettre des conjectures notamment à partir d'exemples, choisir des concepts et des outils mathématiques pertinents.
- **Modéliser :** savoir conceptualiser des situations concrètes (phénomènes aléatoires ou déterministes) et les traduire en langage mathématique, élaborer des algorithmes.
- **Interpréter :** être en mesure d'interpréter des résultats mathématiques dans des situations concrètes, avoir un regard critique sur ces résultats.
- **Raisonner et argumenter :** savoir conduire une démonstration, confirmer ou infirmer des conjectures.
- **Maîtriser le formalisme et les techniques mathématiques :** savoir employer les symboles mathématiques à bon escient, être capable de mener des calculs de manière pertinente et efficace. Utiliser avec discernement l'outil informatique.
- **Communiquer par écrit et oralement :** comprendre les énoncés mathématiques, savoir rédiger une solution rigoureuse, présenter une production mathématique.

3 Architecture des programmes

Le niveau de référence à l'entrée de la filière EC voie économique est celui de l'enseignement obligatoire de la classe de terminale économique et sociale ou de l'enseignement de spécialité de la classe de terminale littéraire.

Le programme se situe dans le prolongement de ceux des classes de première et terminale de la filière ES ou de spécialité de première et terminale L.

Il est indispensable que chaque enseignant ait une bonne connaissance des programmes du lycée, afin que ses approches pédagogiques ne soient pas en rupture avec l'enseignement qu'auront reçu les étudiants en classes de première et de terminale.

Le programme s'organise autour de quatre points forts qui trouveront leur prolongement dans les études futures des étudiants :

- L'algèbre linéaire est abordée, en première année, par le biais du calcul : calcul matriciel, systèmes d'équations linéaires. Seule la présentation de l'espace vectoriel $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ muni de sa base canonique est exigible. L'espace vectoriel, comme objet général, n'est présenté qu'en seconde année. Ce choix a pour ambition de familiariser les étudiants avec le calcul multidimensionnel tout en les préparant à l'introduction de la notion abstraite d'espace vectoriel.

- L'analyse vise à mettre en place les méthodes courantes de travail sur les suites et les fonctions et permet de développer la rigueur. On s'attache principalement à développer l'aspect opératoire. On n'insiste donc ni sur les questions trop fines ou spécialisées ni sur les exemples «pathologiques». On évite les situations conduisant à une trop grande technicité calculatoire.
  Il est à noter que, dans ce programme, les comparaisons des suites et des fonctions en termes de négligeabilité et d'équivalents ne seront traitées qu'en seconde année. L'étude des séries et des intégrales généralisées par critères de comparaison n'est pas au programme de la première année.

- Les probabilités s'inscrivent dans la continuité de la formation initiée dès la classe de troisième et poursuivie jusqu'en classe de terminale. Le formalisme abstrait (axiomatique de Kolmogorov) donnera de nouveaux outils de modélisation de situations concrètes.
  On considérera des espaces probabilisés finis au premier semestre, plus généraux au second semestre. En continuité avec les programmes du lycée, le concept de variable aléatoire à densité est présenté dès la première année sur des exemples simples, et permet de justifier une première approche des intégrales généralisées en analyse, qui sera étoffée en seconde année.

- L'informatique est enseignée tout au long de l'année en lien direct avec le programme de mathématiques. Cette pratique régulière permettra aux étudiants de construire ou de reconnaître des algorithmes relevant par exemple de la simulation de lois de probabilité, de la recherche de valeurs approchées en analyse ou du traitement de calculs matriciels en algèbre linéaire.

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme. Les probabilités permettent en particulier d'utiliser certains résultats d'analyse (suites, séries, intégrales, ...) et d'algèbre linéaire et justifient l'introduction du vocabulaire ensembliste.

Le programme de mathématiques est organisé en deux semestres de volume sensiblement équivalent. Ce découpage en deux semestres d'enseignement doit être respecté. En revanche, au sein de chaque semestre, aucun ordre particulier n'est imposé et chaque professeur conduit en toute liberté l'organisation de son enseignement, bien que la présentation par blocs soit fortement déconseillée.

Dans le contenu du premier semestre, figurent les notions nécessaires et les objets de base qui serviront d'appui à la suite du cours. Ces éléments sont accessibles à tous les étudiants quelles que soient les pratiques antérieures et potentiellement variables de leurs lycées d'origine, et la spécialité qu'ils auront choisie en classe de terminale. Ces contenus vont, d'une part, permettre une approche plus approfondie et rigoureuse de concepts déjà présents mais peu explicités en classe de terminale, et d'autre part, mettre en place certaines notions et techniques de calcul et de raisonnement fondamentales pour la suite du cursus.

Le programme se présente de la manière suivante : dans la colonne de gauche figurent les contenus exigibles des étudiants ; la colonne de droite comporte des précisions sur ces contenus ou des exemples d'activités ou d'applications.

Les développements formels ou trop théoriques doivent être évités. Ils ne correspondent pas au cœur de formation de ces classes préparatoires.

Les résultats mentionnés dans le programme seront admis ou démontrés selon les choix didactiques faits par le professeur. Pour certains résultats, marqués comme «admis», la présentation d'une démonstration en classe est déconseillée.

Les séances de travaux dirigés permettent de privilégier la prise en main, puis la mise en œuvre par les étudiants, des techniques usuelles et bien délimitées, inscrites dans le corps du programme. Cette maîtrise s'acquiert notamment par l'étude de problèmes que les étudiants doivent *in fine* être capables de résoudre par eux-mêmes.

Le symbole $\boxed{\blacktriangleright}$ indique les parties du programme pouvant être traitées en liaison avec l'informatique. L'enseignement informatique est commun à l'ensemble des filières des classes économiques. Le logiciel de référence choisi pour ce programme est Scilab.

ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU PREMIER SEMESTRE

I - Raisonnement et vocabulaire ensembliste

Ce chapitre présente des points de vocabulaire, des notations, ainsi que certains types de raisonnement (par l'absurde, par contraposée, par récurrence...) et de démonstrations (d'implications, d'équivalences, d'inclusions...) dont la maîtrise s'avère indispensable à une argumentation rigoureuse sur le plan mathématique.

Les sections de ce chapitre ne doivent pas faire l'objet d'un exposé théorique. Les notions seront introduites progressivement au cours du semestre, à l'aide d'exemples variés issus des différents chapitres étudiés, et pourront être renforcées au-delà, en fonction de leur utilité.

1 - Eléments de logique

Les étudiants doivent savoir :

• utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » ;

• utiliser à bon escient les quantificateurs universel et existentiel ; repérer les quantifications implicites dans certaines propositions et, particulièrement, dans les propositions conditionnelles ;

Notations : $\exists$, $\forall$.
Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs pour formuler de façon précise certains énoncés et leur négation. En revanche, l'emploi des quantificateurs à des fins d'abréviation est exclu.

• distinguer, dans le cas d'une proposition conditionnelle, la proposition directe, sa réciproque, sa contraposée et sa négation ;

• utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante » ;

• formuler la négation d'une proposition ;

• utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ;

• reconnaître et utiliser des types de raisonnement spécifiques : raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde.

2 - Raisonnement par récurrence

Apprentissage et emploi du raisonnement par récurrence.

Tout exposé théorique sur le raisonnement par récurrence est exclu.

Notations $\sum$, $\prod$.	Illustration par manipulation de sommes et de produits. ▶ Formules donnant : $\sum_{k=1}^{n} k$, $\sum_{k=1}^{n} k^2$. Les étudiants doivent savoir employer les notations $\sum_{i=1}^{n} u_i$ et $\sum_{\alpha \in A} u_\alpha$ où A désigne un sous-ensemble fini de $\mathbf{N}$ ou de $\mathbf{N}^2$.

3 - Ensembles, applications

L'objectif de cette section est d'acquérir le vocabulaire élémentaire sur les ensembles et les applications, mais tout exposé théorique est exclu.

a) Ensembles, parties d'un ensemble

Ensemble, élément, appartenance. Sous-ensemble (ou partie), inclusion. Ensemble $\mathcal{P}(E)$ des parties de E. Réunion. Intersection.	On fera le lien entre les opérations ensemblistes et les connecteurs logiques usuels (« et », « ou », ...).
Complémentaire. Complémentaire d'une union et d'une intersection.	Le complémentaire d'une partie A de E est noté $\bar{A}$.
Produit cartésien.	On introduira les notations $\mathbf{R}^2$ et $\mathbf{R}^n$.

b) Applications

Définition.	
Composition. Injection, surjection, bijection, application réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.	Ces notions seront introduites sur des exemples simples, toute manipulation trop complexe étant exclue. La notion d'image réciproque d'une partie de l'ensemble d'arrivée n'est pas un attendu du programme. On pourra donner des exemples issus du cours d'analyse.

II - Calcul matriciel et résolution de systèmes linéaires

L'objectif de cette partie du programme est :
− d'une part d'initier au calcul matriciel afin de permettre la résolution de problèmes issus, notamment, des probabilités.
− d'autre part de parvenir à une bonne maîtrise de la résolution des systèmes linéaires et de les interpréter sous forme matricielle.
L'étude de ce chapitre pourra être menée en lien avec l'informatique. ▶

1 - Calcul matriciel

a) Définitions

Définition d'une matrice réelle à n lignes et p colonnes. Ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbf{R})$. Matrices colonnes, matrices lignes. Ensemble $\mathcal{M}_n(\mathbf{R})$. Matrices triangulaires, diagonales. Matrice identité.	
Transposée d'une matrice. Matrices symétriques.	Notation ${}^tA$. On caractérisera les matrices symétriques à l'aide de la transposée.

b) Opérations matricielles

Somme, produit par un nombre réel, produit. Propriétés des opérations. Transposée d'une somme, d'un produit de matrices carrées.	On pourra faire le lien entre le produit AB et le produit de A avec les colonnes de B. $\boxed{\blacktriangleright}$
Opérations sur les matrices carrées ; puissances.	Exemples de calcul des puissances n-èmes d'une matrice carrée ; application à l'étude de suites réelles satisfaisant à une relation de récurrence linéaire à coefficients constants. $\boxed{\blacktriangleright}$ La formule du binôme n'est pas un attendu du programme du premier semestre.
Matrices inversibles. Inverse d'un produit.	On admettra que pour une matrice carrée, un inverse gauche ou droit est l'inverse.

2 - Systèmes linéaires

Tout développement théorique est hors programme.

Définition d'un système linéaire.	
Système homogène, système de Cramer.	
Résolution par la méthode du pivot de Gauss.	La méthode sera présentée à l'aide d'exemples. On codera les opérations élémentaires sur les lignes de la façon suivante : $L_i \leftarrow L_i + bL_j$ $(i \neq j)$, $L_i \leftarrow aL_i$ $(a \neq 0)$, $L_i \leftrightarrow L_j$, $L_i \leftarrow aL_i + bL_j$ $(i \neq j,\ a \neq 0)$. $\boxed{\blacktriangleright}$
Écriture matricielle $AX = Y$ d'un système linéaire.	La résolution directe sans application systématique de la méthode du Pivot peut être avantageuse lorsque certaines équations ont des coefficients nuls.
Calcul de l'inverse de la matrice A par la résolution du système $AX = Y$. Caractérisation de l'inversibilité des matrices triangulaires.	Caractérisation de l'inversibilité d'une matrice carrée d'ordre 2.

III - **Suites de nombres réels**

L'étude des suites numériques au premier semestre permet aux étudiants de se familiariser avec la notion de suite réelle et de convergence. Tout exposé trop théorique sur ces notions est à exclure.

Cette première approche des suites élargit la conception de la notion de fonction.
L'étude des suites classiques pourra se faire en lien étroit avec la partie probabilités pour mettre en avant l'utilité de cet outil numérique.
La notion de convergence d'une suite réelle pourra être introduite en lien avec l'informatique. ▶

1 - Généralités sur les suites réelles

Définitions, notations.
Exemples de définitions : par formules récursives ou explicites, par restriction d'une fonction de variable réelle aux entiers.

2 - Suites usuelles : formes explicites

Suite arithmétique, suite géométrique.	Formule donnant $\sum_{k=0}^{n} q^k$. Calculs de sommes portant sur les suites arithmétiques et géométriques.
Suite arithmético-géométrique.	Les étudiants devront se ramener au cas d'une suite géométrique.
Suite vérifiant une relation linéaire de récurrence d'ordre 2.	On se limitera au cas des racines réelles. ▶

3 - Convergence d'une suite réelle

Aucune démonstration concernant les résultats de cette section n'est exigible.

Limite d'une suite, suites convergentes.	$(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge vers ℓ, élément de $\mathbf{R}$, si tout intervalle ouvert contenant ℓ, contient les termes u_n pour tous les indices n, hormis un nombre fini d'entre eux.
Généralisation aux limites infinies. Unicité de la limite.	
Opérations algébriques sur les suites convergentes. Compatibilité du passage à la limite avec la relation d'ordre.	Aucune technicité sur ces opérations ne sera exigée.
Existence d'une limite par encadrement. Suites monotones. Suites adjacentes.	
Théorème de la limite monotone.	Toute suite croissante (respectivement décroissante) et majorée (respectivement minorée) converge. Toute suite croissante (respectivement décroissante) non majorée (respectivement non minorée) tend vers $+\infty$ (respectivement $-\infty$) .
Deux suites adjacentes convergent et ont la même limite.	

4 - Comportement asymptotique des suites usuelles

Croissances comparées. — Comparaison des suites (n^a), (q^n), $((\ln(n))^b)$.

IV - **Fonctions réelles d'une variable réelle**

Il s'agit, dans ce chapitre, de fournir aux étudiants un ensemble de connaissances de référence sur les fonctions usuelles et quelques théorèmes sur les fonctions d'une variable réelle. Ils pourront mémoriser ces résultats grâce aux représentations graphiques qui en constituent une synthèse. Le champ des fonctions étudiées se limite aux fonctions usuelles et à celles qui s'en déduisent de façon simple. On se restreindra aux fonctions définies sur un intervalle de $\mathbf{R}$*. Les fonctions trigonométriques sont hors programme.*
L'étude des fonctions usuelles donnera aux étudiants l'occasion de mobiliser leurs connaissances de terminale concernant les fonctions d'une variable réelle.
L'analyse reposant largement sur la pratique des inégalités, on s'assurera que celle-ci est acquise à l'occasion d'exercices.

Aucune démonstration concernant les résultats de ce chapitre n'est exigible.

1 - Compléments sur les fonctions usuelles

a) Fonctions polynomiales, polynômes

Degré, somme et produit de polynômes.	Par convention, $\deg 0 = -\infty$. La construction des polynômes formels n'est pas au programme, on pourra identifier polynômes et fonctions polynomiales.
Ensemble $\mathbf{R}[X]$ des polynômes à coefficients dans $\mathbf{R}$, ensembles $\mathbf{R}_n[X]$ des polynômes à coefficients dans $\mathbf{R}$ de degré au plus n.	
Racines d'un polynôme. Factorisation par $(X - a)$ dans un polynôme ayant a comme racine.	Application : un polynôme de $\mathbf{R}_n[X]$ admettant plus de $n + 1$ racines distinctes est nul. Pratique, sur des exemples, de la division euclidienne. ▶
Trinômes du second degré.	Discriminant d'un trinôme du second degré. Factorisation dans le cas de racines réelles. Lorsqu'il n'y a pas de racine réelle, le signe du trinôme reste constant sur $\mathbf{R}$.

b) Fonctions logarithme et exponentielle

Rappel des propriétés. Positions relatives des courbes représentatives de $\ln, \exp, x \longmapsto x$.
Études asymptotiques, croissances comparées.

c) Fonction racine carrée, fonction inverse, fonctions puissances $\mathbf{x} \longmapsto \mathbf{x}^{\alpha}$

Définitions ; notations, propriétés, représentations graphiques.

On fera une étude détaillée des fonctions puissances. Les étudiants doivent connaître les règles de calcul sur les puissances.
Par le biais d'exercices, étude de fonctions du type $x \longmapsto u(x)^{v(x)}$.

d) Fonction valeur absolue

Définition. Propriétés, représentation graphique.

Lien avec la distance sur $\mathbf{R}$.
On insistera sur la fonction valeur absolue, non étudiée au lycée.

e) Fonction partie entière

Définition. Représentation graphique.

Notation $x \longmapsto \lfloor x \rfloor$.
La notation E est réservée à l'espérance mathématique. La fonction partie entière permet de discrétiser des phénomènes continus.

2 - Limite et continuité d'une fonction en un point

Définition de la limite d'une fonction en un point et de la continuité d'une fonction en un point.
Unicité de la limite.
Limite à gauche, limite à droite. Extension au cas où la fonction est définie sur $I \setminus \{x_0\}$.

Extension de la notion de limite en $\pm\infty$ et aux cas des limites infinies.

On adoptera la définition suivante : f étant une fonction définie sur un intervalle I, x_0 étant un réel élément de I ou une extrémité de I, et ℓ un élément de $\mathbf{R}$, on dit que f admet ℓ pour limite en x_0 si, pour tout nombre $\varepsilon > 0$, il existe un nombre $\alpha > 0$ tel que pour tout élément x de $I \cap [x_0 - \alpha, x_0 + \alpha]$, $|f(x) - \ell| \leqslant \varepsilon$; par suite, lorsque x_0 appartient à I, cela signifie que f est continue au point x_0 et, dans le cas contraire, que f se prolonge en une fonction continue au point x_0.

Opérations algébriques sur les limites.
Compatibilité du passage à la limite avec les relations d'ordre.
Existence d'une limite par encadrement.
Limite d'une fonction composée.
Si f est une fonction définie sur un intervalle I admettant une limite ℓ en un point x_0, et si (u_n) est une suite d'éléments de I convergeant vers x_0, alors la suite $(f(u_n))$ converge vers ℓ.

Comparaison des fonctions exponentielle, puissance et logarithme au voisinage de $+\infty$ et des fonctions puissance et logarithme au voisinage de 0.

Les notions d'équivalence et de négligeabilité ne seront abordées qu'en deuxième année.

3 - Étude globale des fonctions d'une variable sur un intervalle

Fonctions paires, impaires. Fonctions majorées, minorées, bornées. Fonctions monotones.	
Théorème de la limite monotone.	Toute fonction monotone sur $]a, b[$ $(-\infty \leqslant a < b \leqslant +\infty)$ admet des limites finies à droite et à gauche en tout point de $]a, b[$. Comportement en a et b.
Fonctions continues sur un intervalle. Opérations algébriques, composition.	
Fonctions continues par morceaux.	Une fonction f est continue par morceaux sur le segment $[a, b]$ s'il existe une subdivision $a_0 = a < a_1 < \cdots < a_n = b$ telle que les restrictions de f à chaque intervalle ouvert $]a_i, a_{i+1}[$ admettent un prolongement continu à l'intervalle fermé $[a_i, a_{i+1}]$.
Théorème des valeurs intermédiaires. L'image d'un intervalle (respectivement un segment) par une fonction continue est un intervalle (respectivement un segment).	Résultat admis. Notations : $\max\limits_{t\in[a,b]} f(t)$ et $\min\limits_{t\in[a,b]} f(t)$. On illustrera ces résultats par des représentations graphiques et on montrera comment les mettre en évidence sur un tableau de variations.
Théorème de la bijection.	Toute fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I définit une bijection de I sur l'intervalle $f(I)$.
Continuité et sens de variation de la fonction réciproque. Représentation graphique de la fonction réciproque.	On utilisera ces résultats pour l'étude des équations du type $f(x) = k$. En liaison avec l'algorithmique, méthode de dichotomie. $\boxed{\blacktriangleright}$ Application à l'étude de suites (u_n) telles que $v_n = f(u_n)$.

V - **Probabilités sur un univers fini**

L'objectif de ce chapitre est de mettre en place, dans le cas fini, un cadre dans lequel on puisse énoncer des résultats généraux et mener des calculs de probabilités sans difficulté théorique.
On fera le lien avec les arbres pondérés, préconisés durant le cycle terminal du lycée. Ils seront remplacés par des raisonnements dont l'emploi, plus souple, pourra être généralisé, par la suite, aux univers infinis.

Les coefficients binomiaux doivent être repris en conformité avec l'approche du cycle terminal du lycée. Dans tout ce chapitre, Ω est un ensemble fini (on généralisera les notions rencontrées au second semestre).

1 - Événements

Expérience aléatoire.
Univers des résultats observables.

On dégagera ces concepts à partir de l'étude de quelques situations simples où l'ensemble Ω des résultats possibles est fini, et où $\mathcal{P}(\Omega)$ est l'ensemble des événements.

Événements, événements élémentaires, opérations sur les événements, événements incompatibles.

On fera le lien entre connecteurs logiques et opérations sur les événements.

Système complet d'événements fini.

On se limitera aux systèmes complets d'événements de type $A_1, ..., A_n$ ($n \in \mathbf{N}^*$), où les A_i sont des parties deux à deux disjointes et de réunion égale à Ω.

2 - Coefficients binomiaux

Factorielle, notation $n!$.

Interprétation de $n!$ en tant que nombre de permutations d'un ensemble à n éléments. $\boxed{\blacktriangleright}$

Parties à p éléments d'un ensemble à n éléments.
Coefficients binomiaux, notation $\binom{n}{p}$.
Relation $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$.

On fera le lien entre les parties à p éléments d'un ensemble à n éléments et le nombre de chemins d'un arbre réalisant p succès pour n répétitions.

Formule du triangle de Pascal.

La formule de Pascal fournit un algorithme de calcul efficace pour le calcul numérique des coefficients binomiaux. $\boxed{\blacktriangleright}$

$\binom{n}{p} = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$.

On pourra démontrer cette formule par récurrence à partir de la formule du triangle de Pascal.

3 - Probabilité

Définition d'une probabilité sur $\mathcal{P}(\Omega)$.

On restreindra, pour ce premier semestre, la notion de probabilité à une application P de $\mathcal{P}(\Omega)$ dans $[0, 1]$ vérifiant :
• pour tous A et B de $\mathcal{P}(\Omega)$ tels que $A \cap B = \emptyset$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
• $P(\Omega) = 1$.
Cas de l'équiprobabilité.

Formule de Poincaré ou du crible dans le cas $n \leqslant 3$.

4 - Probabilité conditionnelle

Probabilité conditionnelle.

Notation P_A.

Formule des probabilités composées.

• Si $P(A) \neq 0,\ P(A \cap B) = P(A)P_A(B)$.
• Si $P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{n-1}) \neq 0$,
$P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) = P(A_1)\, P_{A_1}(A_2) \ldots P_{A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{n-1}}(A_n)$.

Formule des probabilités totales.
Formule de Bayes.

Si $(A_i)_{i \in I}$ est un système complet d'événements fini, alors pour tout événement B : $P(B) = \sum_{i \in I} P(B \cap A_i)$.
On donnera de nombreux exemples d'utilisation de ces formules. En particulier on pourra appliquer la formule des probabilités totales à l'étude de chaînes de Markov simples.

5 - Indépendance en probabilité

Indépendance de deux événements.

Si $P(A) \neq 0$, A et B sont indépendants si et seulement si $P_A(B) = P(B)$.

Indépendance mutuelle de n événements ($n \in \mathbf{N}^*$).
Si n événements A_i sont mutuellement indépendants, il en est de même pour les événements B_i, avec $B_i = A_i$ ou $\overline{A_i}$.

ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU SECOND SEMESTRE

I - Calcul différentiel et intégral

Le but de ce chapitre est de mettre en place les méthodes courantes de travail sur les fonctions.
Les intégrales généralisées sont introduites en tant qu'outil pour la définition et l'étude des variables aléatoires à densité. Toute technicité sur les intégrales généralisées est à exclure.
Aucune démonstration concernant les résultats de ce chapitre n'est exigible.

1 - Calcul différentiel

a) Dérivation

Dérivée en un point, développement limité à l'ordre 1 au voisinage d'un point.
Tangente au graphe en un point.
Dérivée à gauche, à droite.
Fonction dérivable sur un intervalle, fonction dérivée.

Notation f'.

Opérations sur les dérivées : linéarité, produit, quotient, fonctions puissances. Dérivée des fonctions composées. Dérivation des fonctions réciproques.	On évitera tout excès de technicité dans les calculs de dérivées.
Inégalités des accroissements finis.	(1) Si $m \leqslant f' \leqslant M$ sur un intervalle I, alors : $\forall (a,b) \in I^2$, $a \leqslant b$, $m(b-a) \leqslant f(b) - f(a) \leqslant M(b-a)$. (2) Si $\lvert f' \rvert \leqslant k$ sur un intervalle I, alors : $\forall (a,b) \in I^2, \quad \lvert f(b) - f(a) \rvert \leqslant k \lvert b-a \rvert$. Application, sur des exemples, à l'étude de suites récurrentes du type : $u_{n+1} = f(u_n)$ lorsque $\lvert f' \rvert \leqslant k < 1$. $\boxed{\blacktriangleright}$ Tout exposé théorique sur les suites récurrentes générales est exclu.
Caractérisation des fonctions constantes et monotones par le signe de la dérivée.	Résultat admis. Si f est une fonction dérivable sur un intervalle I et si $f' \geqslant 0$ sur I, f' ne s'annulant qu'en un nombre fini de points, alors f est strictement croissante sur I.
Extremum local d'une fonction dérivable.	Une fonction f, dérivable sur un intervalle ouvert I, admet un extremum local en un point de I si sa dérivée s'annule en changeant de signe en ce point.

b) Dérivées successives

Fonctions p fois dérivables. Fonctions de classe C^p, de classe C^∞. Opérations algébriques.	Notation $f^{(p)}$.

c) Convexité

Tous les résultats de cette section seront admis.

Définition d'une fonction convexe.	Une fonction est convexe sur un intervalle I si : $\forall (x_1,x_2) \in I^2, \forall (t_1,t_2) \in [0,1]^2$ tels que $t_1 + t_2 = 1$, $f(t_1 x_1 + t_2 x_2) \leqslant t_1 f(x_1) + t_2 f(x_2)$. Interprétation géométrique. $\boxed{\blacktriangleright}$
Fonctions concaves. Points d'inflexion.	
Caractérisation des fonctions convexes de classe C^1.	Si f est de classe C^1, f est convexe si et seulement si l'une de ces deux propositions est vérifiée : • f' est croissante ; • C_f est au-dessus de ses tangentes.

Caractérisation des fonctions convexes et concaves de classe C^2.

2 - Intégration sur un segment

a) Définition

Aire sous la courbe d'une fonction positive.

Dans le cas où f est continue monotone, on constatera que cette fonction « aire sous la courbe » admet f pour dérivée.

Primitive d'une fonction continue sur un intervalle.
Toute fonction continue sur un intervalle admet, sur cet intervalle, au moins une primitive.

Admis.

Intégrale d'une fonction continue sur un segment.
Relation de Chasles.

Si f est continue sur un intervalle I, pour tout $(a,b) \in I^2$, on définit l'intégrale de f de a à b par :

$$\int_a^b f(t)\mathrm{d}t = F(b) - F(a),$$

où F est une primitive de f sur I. Cette définition est indépendante du choix de la primitive F de f sur I.

Intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment.

b) Propriétés de l'intégrale

Linéarité et positivité de l'intégrale.
L'intégrale d'une fonction positive sur un segment est positive.
L'intégrale d'une fonction continue et positive sur un segment est nulle si et seulement si la fonction est identiquement nulle sur le segment.

Si $a \leqslant b$,
$$\left|\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t\right| \leqslant \int_a^b |f(t)|\,\mathrm{d}t \leqslant (b-a) \max_{t\in[a,b]} |f(t)|.$$

On apprendra aux étudiants à majorer et à minorer des intégrales, par utilisation de ces inégalités ou par intégration d'inégalités.

c) Techniques de calcul d'intégrales

On évitera tout excès de technicité pour les calculs d'intégrales par changement de variable.

Calcul de primitives « à vue », déduites de la reconnaissance de schémas inverses de dérivation.

On insistera sur le modèle $u'(x)u(x)^\alpha$ ($\alpha \neq -1$ ou $\alpha = -1$).

Intégration par parties. Changement de variables.	Les changements de variables autres qu'affines seront précisés dans les exercices. On pourra à titre d'exemples étudier des suites définies par une intégrale et des fonctions définies par une intégrale.
Sommes de Riemann à pas constant.	Sur des exemples, on pourra mettre en œuvre la méthode des rectangles pour le calcul approché d'une intégrale. ▶

3 - Intégrales sur un intervalle de type $[a, +\infty[$, $]-\infty, b]$ ou $]-\infty, +\infty[$

Convergence des intégrales $\displaystyle\int_a^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$ où f est continue sur $[a, +\infty[$.	$\displaystyle\int_a^{+\infty} f(t)\ \mathrm{d}t$ converge si $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\int_a^x f(t)\ \mathrm{d}t$ existe et est finie.
Linéarité, positivité, relation de Chasles.	Les techniques de calcul (intégration par parties, changement de variables non affine) ne seront pratiquées qu'avec des intégrales sur un segment. L'étude de la convergence des intégrales de fonctions positives par des critères de comparaison sera faite en seconde année. On pourra éventuellement aborder, sur des exemples, le cas $0 \leqslant f \leqslant g$.
Convergence des intégrales de Riemann $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\mathrm{d}t}{t^\alpha}$ et de $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t}\mathrm{d}t$.	
Convergence absolue.	En première année, cette notion est abordée uniquement pour permettre une définition de l'espérance d'une variable aléatoire à densité.
La convergence absolue implique la convergence. Extension des notions précédentes aux intégrales $\displaystyle\int_{-\infty}^{b} f(t)\ \mathrm{d}t$ et $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\ \mathrm{d}t$.	Résultat admis.

II - Étude élémentaire des séries

Ce chapitre fait suite au chapitre sur les suites numériques réelles du premier semestre, une série étant introduite comme une suite de sommes partielles. Aucune technicité n'est exigible en première année. L'étude des variables aléatoires discrètes sera l'occasion d'une mise en œuvre naturelle de ces premières connaissances sur les séries. L'étude des séries sera complétée en seconde année par les techniques de comparaison sur les séries à termes positifs.

1 - Séries numériques à termes réels

Série de terme général u_n. Sommes partielles associées.	On soulignera l'intérêt de la série de terme général $u_{n+1} - u_n$ pour l'étude de la suite (u_n).
Définition de la convergence. Combinaison linéaire de séries convergentes.	$\displaystyle\sum_{n \geqslant n_0} u_n$ converge si $\displaystyle\sum_{k=n_0}^{n} u_k$ admet une limite finie lorsque n tend vers $+\infty$. On pratiquera, sur des exemples simples, l'étude des séries (convergence, calcul exact ou approché de la somme). $\boxed{\blacktriangleright}$
Convergence absolue.	En première année, cette notion est abordée uniquement pour permettre une définition de l'espérance d'une variable aléatoire discrète.
La convergence absolue implique la convergence.	Résultat admis.

2 - Séries numériques usuelles

Étude des séries $\sum q^n, \sum nq^{n-1}$, $\sum n(n-1)q^{n-2}$ et calcul de leurs sommes.	
Convergence et somme de la série exponentielle $\displaystyle\sum \frac{x^n}{n!}$.	Résultats admis.

III - Espaces vectoriels et applications linéaires

Ce chapitre ne doit pas donner lieu à un exposé théorique ; on donne ici une première approche concrète à des notions qui seront généralisées en seconde année. Pour simplifier ce premier contact, l'étude se limitera à l'espace $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$, en privilégiant les exemples pour $n \in \{2, 3, 4\}$.

a) Structure vectorielle sur $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$

Structure vectorielle sur $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$. Combinaisons linéaires.	On privilégiera le travail sur les espaces $\mathcal{M}_{2,1}(\mathbf{R}), \mathcal{M}_{3,1}(\mathbf{R}), \mathcal{M}_{4,1}(\mathbf{R})$.
Base canonique.	Les bases canoniques des espaces vectoriels ci-dessus seront données de façon naturelle.

b) Sous-espaces vectoriels de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$

Sous-espaces vectoriels de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$. Sous-espace vectoriel engendré, notation $\mathrm{Vect}(u_1, u_2, \ldots, u_p)$.	Exemple fondamental : ensemble des solutions d'un système linéaire homogène à $2, 3, 4$ inconnues.
Base d'un sous-espace vectoriel.	$(u_1, u_2, \ldots, u_p)$ est une base du sous-espace vectoriel F de E si et seulement si tout vecteur de F se décompose de manière unique sous forme d'une combinaison linéaire de $(u_1, u_2, \ldots, u_p)$.

c) Applications linéaires de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ dans $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbf{R})$

Propriétés des applications f de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ dans $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbf{R})$ définies par $X \longmapsto MX$, M étant une matrice à p lignes et n colonnes.
Toute application linéaire f de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ dans $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbf{R})$ est de la forme $f: \quad X \longmapsto MX$.

Exemples pratiques dans le cas où $n \in \{1,2,3,4\}$ et $p \in \{1,2,3,4\}$.

Noyau d'une application linéaire.

Le noyau est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$.
Lien entre recherche du noyau et résolution d'un système homogène.

Image d'une application linéaire.

L'image est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbf{R})$.
$\mathrm{Im}(f) = \mathrm{Vect}(f(e_1), \ldots, f(e_n))$ où $(e_1, e_2, \ldots, e_n)$ est la base canonique de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$.
Lien entre recherche de l'image et résolution de système. ▶

IV - Probabilités - Variables aléatoires réelles

Dans ce chapitre, on généralise l'étude faite au premier semestre ; les notions de tribu et d'espace probabilisé sont introduites. Tout exposé trop théorique sur ces notions est cependant exclu.
L'étude des variables aléatoires et notamment celles des lois usuelles se fera en lien étroit avec la partie informatique du programme. ▶
L'étude des variables aléatoires discrètes se fera dans la mesure du possible en tant qu'outil de modélisation de problèmes concrets.
On sensibilisera les étudiants à la notion d'approximation de loi, dans la continuité du programme de terminale, en utilisant notamment l'approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson sur des exemples judicieux.

1 - Probabilités - généralisation

a) Notion de tribu

Tribu ou σ-algèbre d'événements.

Notation $\mathcal{A}$.
On donnera quelques exemples significatifs d'événements de la forme :

$$A = \bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n \quad \text{et} \quad A = \bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n.$$

On généralisera dans ce paragraphe l'étude effectuée lors du premier semestre.
Aucun raisonnement théorique autour de la notion de tribu n'est exigible des étudiants.

Généralisation de la notion de système complet d'événements à une famille dénombrable d'événements deux à deux incompatibles et de réunion égale à Ω.

b) Probabilité

Une probabilité P est une application définie sur $\mathcal{A}$ et à valeurs dans $[0,1]$, σ-additive et telle que $P(\Omega) = 1$.

On généralisera ici la notion de probabilité étudiée au premier semestre.

Notion d'espace probabilisé.

Notation $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.

Propriétés vraies presque sûrement.

Théorème de la limite monotone.

• Pour toute suite croissante (A_n) d'événements,

$$P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \lim_{n\to+\infty} P(A_n).$$

• Pour toute suite décroissante (A_n) d'événements,

$$P\left(\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \lim_{n\to+\infty} P(A_n).$$

Conséquences du théorème de la limite monotone.

• $P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \lim_{n\to+\infty} P\left(\bigcup_{k=0}^{n} A_k\right)$.

• $P\left(\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \lim_{n\to+\infty} P\left(\bigcap_{k=0}^{n} A_k\right)$.

Les démonstrations de ces formules ne sont pas exigibles.

Généralisation de la notion de probabilité conditionnelle.

Généralisation de la formule des probabilités composées.

Généralisation de la formule des probabilités totales.

c) Indépendance en probabilité

Indépendance mutuelle d'une suite infinie d'événements.

2 - Généralités sur les variables aléatoires réelles

Définition d'une variable aléatoire réelle.	X est une variable aléatoire réelle définie sur $(\Omega, \mathcal{A})$ si X est une application de Ω dans $\mathbf{R}$ telle que pour tout élément x de $\mathbf{R}$, $\{\omega \in \Omega \ / \ X(\omega) \leqslant x\} \in \mathcal{A}$. Démontrer que X est une variable aléatoire ne fait pas partie des exigibles du programme. Notations $[X \in I]$, $[X = x]$, $[X \leqslant x]$, etc.
Système complet d'événements associé à une variable aléatoire.	
Fonction de répartition d'une variable aléatoire. Propriétés.	$\forall x \in \mathbf{R}, F_X(x) = P(X \leqslant x)$. F_X est croissante, continue à droite en tout point, $\lim\limits_{-\infty} F_X = 0$, $\lim\limits_{+\infty} F_X = 1$. Résultats admis.
Loi d'une variable aléatoire.	La fonction de répartition caractérise la loi d'une variable aléatoire. Résultat admis.

3 - Variables aléatoires discrètes

a) Variable aléatoire discrète à valeurs dans R

Définition d'une variable aléatoire discrète à valeurs dans $\mathbf{R}$.	L'ensemble des valeurs prises par ces variables aléatoires sera indexé par une partie finie ou infinie de $\mathbf{N}$ ou $\mathbf{Z}$.
Caractérisation de la loi d'une variable aléatoire discrète par la donnée des valeurs $P(X = x)$ pour $x \in X(\Omega)$.	On insistera, dans le cas où X est à valeurs dans $\mathbf{Z}$, sur la relation $P(X = k) = F_X(k) - F_X(k-1)$.
Variable aléatoire $Y = g(X)$, où g est définie sur l'ensemble des valeurs prises par la variable aléatoire X. Étude de la loi de $Y = g(X)$.	On se limite à des cas simples, tels que $g \ : \ x \longmapsto ax + b$, $g \ : \ x \longmapsto x^2$, ...

b) Moments d'une variable aléatoire discrète

Définition de l'espérance.	Quand $X(\Omega)$ est infini, une variable aléatoire X admet une espérance si et seulement si la série $\sum\limits_{x \in X(\Omega)} xP(X = x)$ est absolument convergente. Notation $\mathrm{E}(X)$.
Linéarité de l'espérance. Positivité.	Résultats admis.
Variables centrées.	
Théorème de transfert : espérance d'une variable aléatoire $Y = g(X)$, où g est définie sur l'ensemble des valeurs prises par la variable aléatoire X.	Quand $X(\Omega)$ est infini, $\mathrm{E}(g(X))$ existe si et seulement si la série $\sum\limits_{x \in X(\Omega)} g(x)P(X = x)$ converge absolument, et dans ce cas $\mathrm{E}(g(X)) = \sum\limits_{x \in X(\Omega)} g(x)P(X = x)$. Théorème admis.
$\mathrm{E}(aX + b) = a\mathrm{E}(X) + b$.	

Moment d'ordre r ($r \in \mathbf{N}$).	Notation $m_r(X) = E(X^r)$.
Variance, écart-type d'une variable aléatoire discrète.	Notations $\mathrm{V}(X)$, $\sigma(X)$.
Formule de Kœnig-Huygens.	$\mathrm{V}(X) = \mathrm{E}(X^2) - (\mathrm{E}(X))^2$.
$\mathrm{V}(aX+b) = a^2\mathrm{V}(X)$.	
Cas où $\mathrm{V}(X) = 0$.	
Variables centrées réduites.	On notera X^* la variable aléatoire centrée réduite associée à X.

4 - Lois usuelles

a) Lois discrètes finies

Loi certaine.	Caractérisation par la variance.
Loi de Bernoulli. Espérance, variance.	Notation $X \hookrightarrow \mathcal{B}(p)$.
Loi binomiale. Espérance, variance.	Notation $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n,p)$. $\boxed{\blacktriangleright}$
Application : formule du binôme de Newton donnant $(a+b)^n$.	Lorsque a et b sont strictement positifs, lien avec $\mathcal{B}(n, \frac{a}{a+b})$. La formule du binôme de Newton dans le cas général pourra être démontrée par récurrence.
Loi uniforme sur $[\![1,n]\!]$. Espérance, variance.	Application à l'étude de la loi uniforme sur $[\![a,b]\!]$, où $(a,b) \in \mathbf{N}^2$. Notation $X \hookrightarrow \mathcal{U}([\![a,b]\!])$. $\boxed{\blacktriangleright}$

b) Lois discrètes infinies

Loi géométrique (rang d'apparition du premier succès dans un processus de Bernoulli sans mémoire). Espérance, variance.	Notation $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$. $\boxed{\blacktriangleright}$ Si $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p), \forall k \in \mathbf{N}^*, P(X=k) = p(1-p)^{k-1}$.
Loi de Poisson. Espérance, variance.	Notation $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$. On pourra introduire la loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$ comme loi « limite »(cette notion sera précisée en deuxième année) d'une suite de variables suivant la loi binomiale $B(n, \frac{\lambda}{n})$. $\boxed{\blacktriangleright}$

5 - Introduction aux variables aléatoires réelles à densité

On se limitera dans ce chapitre à des densités ayant des limites finies à gauche et à droite, en tout point de $\mathbf{R}$.

a) Définition des variables aléatoires à densité

Définition d'une variable aléatoire à densité.

On dit qu'une variable aléatoire réelle X est à densité si sa fonction de répartition F_X est continue sur $\mathbf{R}$ et de classe C^1 sur $\mathbf{R}$ éventuellement privé d'un ensemble fini de points.

Toute fonction f_X à valeurs positives, qui ne diffère de F'_X qu'en un nombre fini de points, est une densité de X.

Pour tout x de $\mathbf{R}$, $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f_X(t)\ \mathrm{d}t$.

Caractérisation de la loi d'une variable à densité par la donnée d'une densité f_X.

Toute fonction f positive, continue sur $\mathbf{R}$ éventuellement privé d'un nombre fini de points et telle que $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\ \mathrm{d}t = 1$ est la densité d'une variable aléatoire.

Résultat admis.

Transformation affine d'une variable à densité.

Les étudiants devront savoir calculer la fonction de répartition et une densité de $aX + b$ ($a \neq 0$).

b) Espérance d'une variable aléatoire à densité

Espérance.
Variables centrées.

Une variable aléatoire X de densité f_X admet une espérance $\mathrm{E}(X)$ si et seulement si l'intégrale $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) \mathrm{d}x$ est absolument convergente ; dans ce cas, $\mathrm{E}(X)$ est égale à cette intégrale.
Exemples de variables aléatoires n'admettant pas d'espérance.

c) Lois à densité usuelles

Loi uniforme sur un intervalle. Espérance.

Notation $X \hookrightarrow \mathcal{U}[a, b]$. ▶

Loi exponentielle. Caractérisation par l'absence de mémoire. Espérance.

Notation $X \hookrightarrow \mathcal{E}(\lambda)$. ▶

Loi normale centrée réduite.

Notation $X \hookrightarrow \mathcal{N}(0, 1)$. ▶
On pourra démontrer en exercice que $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}\ \mathrm{d}t$ converge.

Loi normale (ou de Laplace-Gauss).
Espérance.

$X \hookrightarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \Leftrightarrow X^* = \dfrac{X - \mu}{\sigma} \hookrightarrow \mathcal{N}(0, 1)$.
On attend des étudiants qu'ils sachent représenter graphiquement les fonctions densités des lois normales et utiliser la fonction de répartition Φ de la loi normale centrée réduite.

ENSEIGNEMENT ANNUEL D'INFORMATIQUE ET ALGORITHMIQUE

I - Éléments d'informatique et d'algorithmique

L'objectif est de poursuivre la formation initiée au lycée des étudiants concernant l'algorithmique et l'utilisation de l'informatique en mathématiques au travers de thèmes empruntés au programme pour comprendre, illustrer et éclairer les notions introduites. Dès qu'un calcul numérique est envisagé, dès qu'un problème incite à tester expérimentalement un résultat, dès qu'une situation aléatoire peut être modélisée avec des outils informatiques, le recours à des algorithmes et des logiciels devra devenir naturel.
Le logiciel retenu pour la programmation dans les classes économiques et commerciales est Scilab.
L'utilisation du logiciel se fait en continuité avec le cours de mathématiques et sera suivi d'une mise en œuvre sur ordinateur. Seules les notions de Scilab indiquées dans le programme sont exigibles.

1 - L'environnement logiciel

a) Constantes prédéfinies. Création de variables par affectation.

`%pi %e`

Approximations de π et e.

Affectation : `nom = expression`

`//` permet de commenter une commande.

L'expression peut être du type numérique, matricielle ou du type chaîne de caractères.

b) Construction de vecteurs et de matrices numériques

Vecteurs lignes : `[ , ,..., ]`
Vecteurs colonnes : `[;;...;]`
Matrices $n \times p$: `[ ,...,;...; ,..., ]`

c) Opérations élémentaires

Opérations arithmétiques :

`+`	`-`	`*`	`/`	`^`

Les opérations arithmétiques de base s'appliquent aux variables numériques ou matricielles.

Comparaisons - tests :

`==`	`>`	`<`	`>=`	`<=`	`<>`

Logiques :

`&`	`|`
`and`	`or`

d) Fonctions usuelles prédéfinies

Fonctions numériques usuelles :
`log, exp, floor, abs, sqrt`

Toutes ces fonctions peuvent s'appliquer à des variables numériques ou à des matrices élément par élément.

Fonction `rand`	La fonction `grand` pourra être utilisée avec les paramètres correspondant aux lois de probabilité présentes dans le programme.
Fonctions matricielles : `rank(A), inv(A), A'`	Extraction ou modification d'un élément, d'une ligne ou d'une colonne d'une matrice. On pourra utiliser les fonctions `size(A), find` dans le cadre de simulations. Pratique des opérations et des fonctions matricielles dans des situations concrètes.

2 - Graphisme en deux dimensions

Courbes représentatives de fonctions usuelles, de densités et de fonctions de répartition. Tracé d'histogrammes.	On pourra utiliser les fonctions `plot, plot2d, bar, histplot`, la fonction `linspace(a,b,n)` et les opérations `.*`, `./`, `.^`

3 - Programmation d'algorithmes et de fonctions

Les structures suivantes seront utilisées :

Structure conditionnelle :

```
if ...then ...end
if ...then ...else ...end
```

Structures répétitives :
`for k=...: :...end`
`while ...then ...end`
	Exemples : $n!$, $\binom{n}{p}$.

Fonctions - arguments - retour de résultats.	
Fonction d'entrée des données `input()`	Saisie au clavier - message indicatif possible.
Fonction de sortie de résultat(s) `disp()`	Affichage du contenu d'une variable à l'écran avec commentaire éventuel.

II - Liste des savoir-faire exigibles en première année

Calcul des termes d'une suite.	Exploitation graphique des résultats.
Calculs de valeurs approchées de la limite d'une suite ou de la somme d'une série.	On utilisera des structures répétitives et conditionnelles en exploitant l'étude mathématique. La détermination du rang d'arrêt du calcul résultera directement de l'étude mathématique ou d'un algorithme qui en découle.
Calcul approché de la racine d'une équation du type $f(x) = 0$.	On utilisera différentes méthodes dont certaines résulteront d'une étude mathématique (suites récurrentes, encadrements, dichotomie).
Calcul des valeurs approchées d'une intégrale par la méthode des rectangles.	Application au calcul de la fonction de répartition d'une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite.
Utilisation de la fonction `rand` pour simuler des expériences aléatoires élémentaires conduisant à une loi usuelle.	Loi binomiale, loi géométrique.

Simulation de phénomènes aléatoires.	Utilisation de la fonction `grand` On pourra utiliser une simulation pour comparer expérimentalement une loi $\mathcal{B}(n, \frac{\lambda}{n})$ (n grand) avec la loi de Poisson. On pourra utiliser une simulation pour comparer expérimentalement une loi binomiale avec une loi normale.
Résolution de systèmes $AX = B$.	

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Liberté • Égalité • Fraternité

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Annexe 2
Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **économique et commerciale**

Option : **Economique (ECE)**

Discipline : **Economie approfondie**

Première et seconde années

Programme d'Économie approfondie
CPGE Économique et commerciale, voie économique (ECE)

Objectifs généraux

Le cours d'économie approfondie a pour objet de présenter les fondements de l'analyse microéconomique et macroéconomique. Il constitue pour l'essentiel, et sur de nombreux thèmes, un complément du cours d'économie, sociologie et histoire du monde contemporain. Il s'inscrit dans la continuité des programmes de sciences économiques et sociales du cycle terminal des lycées. Son contenu est mobilisable dans les épreuves d'ESH écrites et orales des concours d'entrée dans les Écoles supérieures de commerce et de management.

Le programme est constitué de quatre modules semestriels, en liaison avec la progression du programme d'ESH : deux de microéconomie, deux de macroéconomie.

Le cours de microéconomie est constitué de deux modules, répartis sur les deux années. Le premier module, « microéconomie I » est traité en première année. Il a pour objectif l'apprentissage des modes de raisonnement et des concepts microéconomiques. Ce premier module s'inscrit dans le cadre de la concurrence pure et parfaite. Le second module, « microéconomie II », est traité en seconde année. On abordera les marchés des facteurs de production, puis on relâchera progressivement les hypothèses restrictives du cadre concurrentiel pour s'inscrire dans un cadre de concurrence imparfaite caractérisé par le petit nombre de producteurs et l'existence d'asymétries d'information. Il s'agira d'insister sur les fondements conceptuels de la microéconomie et de fournir des exemples concrets d'application.

Le cours de macroéconomie est constitué de deux modules, répartis sur les deux années. Le premier module, « macroéconomie I », est traité en première année. Il a pour objectif l'apprentissage des principes essentiels de la comptabilité nationale et des modes de raisonnement et concepts macroéconomiques. Le second module, « macroéconomie II », est traité en seconde année. On y abordera l'étude des principaux modèles macroéconomiques.

Module 1. Microéconomie I

Orientation générale
On présentera les concepts essentiels de la démarche microéconomique dans le cadre de la concurrence pure et parfaite.

1.1. La détermination de l'équilibre des agents

Objectifs
Comprendre comment les consommateurs décident d'affecter leur budget entre les différents biens et services disponibles. Montrer comment, pour maximiser son profit, le producteur doit tirer le meilleur parti des facteurs de production qu'il utilise. Étudier les différences entre logique de court terme et logique de long terme.

1.1.1. Le choix du consommateur

Le concept d'utilité
Les préférences du consommateur et les courbes d'indifférence
Effet de substitution et effet de revenu - taux marginal de substitution
La contrainte budgétaire et l'équilibre du consommateur

1.1.2. Le choix du producteur

Facteurs, fonctions de production et taux marginal de substitution technique
Rendements de facteurs et rendements d'échelle
Productivité moyenne et productivité marginale
Les différents types de coût
L'équilibre du producteur en courte et longue périodes

1.2. Offre, demande, prix : l'équilibre sur le marché concurrentiel

Objectifs
Comprendre ce qu'est un marché concurrentiel à travers le modèle de l'offre et de la demande. Comprendre le gain qu'un consommateur et un producteur peuvent retirer de leur participation au marché.

1.2.1. La courbe de demande

La construction de la courbe de demande
Les explications de son déplacement
Le surplus du consommateur

1.2.2. La courbe d'offre

La construction de la courbe d'offre
Les explications de son déplacement
Le surplus du producteur

1.2.3. L'équilibre de marché en situation concurrentielle

Les hypothèses de la concurrence pure et parfaite
La détermination de l'équilibre de marché
De l'équilibre partiel à l'équilibre général (bref aperçu)

1.3. Élasticités et prix

Objectifs
Comprendre comment consommateurs et producteurs réagissent à des variations de prix. Etudier la nature des interventions réglementaires en matière de prix et de quantités.

1.3.1. Les élasticités, concept et applications

La notion d'élasticité : définition et mesure
Biens substituables et biens complémentaires
Elasticité-prix, élasticité croisée et élasticité-revenu

1.3.2. Les interventions réglementaires en matière de prix et de quantité

Le contrôle des prix : objectifs, prix planchers, prix plafonds
Le contrôle des quantités : quotas et permis

Module 2. Macroéconomie I

Orientation générale
On étudiera les outils de la comptabilité nationale nécessaires à la mesure et à la compréhension des grandeurs macroéconomiques. On présentera les grandes fonctions macroéconomiques pour aboutir à une première approche de l'équilibre macroéconomique.

2.1. La comptabilité nationale

Objectifs
Comprendre que pour appréhender, au niveau global, des phénomènes résultant d'une multitude de décisions individuelles, il faut d'abord procéder à leur agrégation au sein de grandeurs représentatives, les agrégats de la comptabilité nationale.

2.1.1. Les comptes de la Nation
Le circuit économique
Les agrégats de la comptabilité nationale

2.1.2. La logique de produits
L'équilibre ressources emplois des produits
La matrice des coefficients techniques
Le tableau entrées sorties

2.1.3. La logique de répartition
Les secteurs institutionnels
Les comptes des secteurs institutionnels
Le tableau économique d'ensemble

2.2. Fonctions et équilibre macroéconomiques

Objectifs
Etudier sous l'angle macroéconomique la production, la consommation et l'investissement. Montrer comment se détermine l'équilibre macroéconomique à partir d'une modélisation simple.

2.2.1. L'approche macroéconomique de la production
Facteurs de production et fonctions de production
Les différents types de fonctions de production

2.2.2. L'approche macroéconomique de la consommation
La fonction de consommation keynésienne et ses enrichissements
Approche de la consommation à travers la théorie du revenu permanent

2.2.3. L'approche macroéconomique de l'investissement
La décision d'investissement
La modélisation de l'investissement : effet accélérateur et effet multiplicateur

2.2.4. L'équilibre macroéconomique en économie fermée et ouverte
Détermination du revenu d'équilibre en économie fermée
Détermination du revenu d'équilibre en économie ouverte
Étude des multiplicateurs

Module 3. Microéconomie II

Orientation générale
On abordera le fonctionnement des marchés des facteurs de production, puis on s'intéressera à la concurrence imparfaite et aux dysfonctionnements des marchés.

3.1. Les marchés des facteurs de production

Objectifs
Comprendre la formation des prix sur les marchés des facteurs de production. Montrer comment les modalités de l'échange des facteurs de production déterminent la répartition primaire du revenu.

3.1.1. Les marchés de facteurs en concurrence pure et parfaite

Les différents facteurs de production : ressources naturelles, travail, capital
La demande de facteurs
Productivité marginale et rémunération des facteurs

3.1.2. Trois exemples de marché de facteurs : les limites de la concurrence pure et parfaite

Le marché du travail
Les marchés des ressources naturelles
Les marchés financiers

3.2. La concurrence imparfaite

Objectifs

Prendre en compte la diversité des marchés en relâchant les hypothèses de la concurrence pure et parfaite. Comprendre les pratiques anticoncurrentielles à l'œuvre sur les différents marchés.

3.2.1. Les structures de marché en concurrence imparfaite

Le monopole : différentes formes et rente du monopoleur
L'équilibre en situation oligopolistique : l'exemple du duopole, initiation à la théorie des jeux (dilemme du prisonnier et équilibre de Nash)
La concurrence monopolistique : la différenciation des produits

3.2.2. La lutte contre les pratiques anti-concurrentielles

Barrières à l'entrée, ententes, abus de position dominante
Politique de la concurrence et déréglementation

3.3. Défaillances et inefficience des marchés

Objectifs

Comprendre que le marché peut ne pas assurer la meilleure allocation des ressources en matière de biens publics et en présence d'externalités. Analyser le rôle clé de l'information en économie.

3.3.1. Les défaillances des marchés

Biens collectifs et biens communs
Les externalités et leur prise en compte

3.3.2. Les asymétries d'information sur les marchés

La sélection adverse : définition et modalités de révélation de l'information privée
L'aléa moral : définition et modalités d'incitation

Module 4. Macroéconomie II

Orientation générale

On étudiera l'opposition entre les modèles traditionnels « classique » et « keynésien » et on présentera les enjeux des débats contemporains.

4.1. Les modèles macroéconomiques « classique » et « keynésien »

Objectifs

Comprendre la représentation de l'économie que proposent ces modèles et leurs implications en matière de politique économique.
Montrer que le modèle « classique » se caractérise par un équilibre de plein emploi dans lequel les marchés sont à l'équilibre, au sein duquel la monnaie n'influence pas les grandeurs réelles, et dans lequel les ajustements se font par les prix.
Montrer que le modèle « keynésien » permet de mettre en évidence un équilibre de sous-emploi dans lequel s'ajustent les quantités et non les prix, et qu'il constitue un outil d'analyse des politiques conjoncturelles en économie fermée (IS-LM) et en économie ouverte (IS-LM-BP).

4.1.1. L’approche macroéconomique « classique »

Flexibilité des salaires et équilibre sur le marché du travail
L’équilibre épargne investissement sur le marché des fonds prêtables
La neutralité de la monnaie
Le modèle et sa critique

4.1.2. Le modèle IS-LM

La construction des courbes IS et LM
L’équilibre IS-LM
Les politiques conjoncturelles analysées à travers le modèle IS-LM

4.1.3. Le modèle IS-LM-BP

Les relations IS-LM en économie ouverte
La construction de la courbe BP
L’équilibre IS-LM-BP
Les politiques conjoncturelles analysées à travers le modèle IS-LM-BP

4.2. Les nouvelles approches de la macroéconomie

Objectifs

Montrer que les débats contemporains en macroéconomie constituent un enjeu essentiel des politiques économiques.

4.2.1. Le modèle offre globale et demande globale

La construction des courbes
Chocs d’offre, chocs de demande et politiques économiques

4.2.2. La prise en compte des anticipations et de la qualité de l’information

La formation des anticipations : adaptatives, rationnelles
Les conséquences des formes d’anticipation sur les politiques économiques
Information imparfaite, équilibre macroéconomique et politiques économiques

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Annexe 3
Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **économique et commerciale**

Option : **Economique (ECE)**

Discipline : **Economie, sociologie et histoire du monde contemporain (ESH)**

Première et seconde années

Programme d'Économie, Sociologie et Histoire du monde contemporain (ESH)
CPGE Économique et commerciale, voie économique (ECE)

Présentation générale

L'enseignement d'économie, sociologie et histoire vise à apporter aux étudiants les instruments d'analyse et de compréhension du monde contemporain. Pour cela, il associe trois approches complémentaires : la science économique, l'histoire économique et sociale et la sociologie.

Dans la continuité des programmes du cycle terminal de la série économique et sociale, cet enseignement a pour ambition de développer les compétences de synthèse, d'analyse et d'argumentation des étudiants. Ils devront maîtriser les principaux concepts, mécanismes et modèles de l'analyse économique (en articulation avec le cours d'économie approfondie), savoir mobiliser et mettre en perspective de façon pertinente les principaux phénomènes économiques et sociaux depuis le début du XIX^{e} siècle et maîtriser les éléments de base, les méthodes et démarches de la sociologie, plus particulièrement celle des organisations et des institutions.

L'étude des analyses théoriques et des fondements méthodologiques de l'économie et de la sociologie ne doit pas faire perdre de vue la dimension historique. Il s'agira, dans une perspective dynamique, d'expliquer les faits économiques et sociaux par l'analyse ou d'éclairer l'analyse par les faits.

Le programme est structuré en quatre modules semestriels dont le premier a pour objectif de faciliter la transition entre l'enseignement secondaire et l'enseignement supérieur, en favorisant l'adaptation des étudiants à ce nouvel enseignement.
Le premier module présente les bases et les méthodes essentielles de l'économie et de la sociologie, puis introduit une dimension historique. Le deuxième module traite de la croissance et du développement depuis le début du XIX^{e} siècle. Le troisième module est consacré à l'étude du phénomène complexe de la mondialisation. Le quatrième module est centré sur les déséquilibres et l'action des pouvoirs publics.

Module 1. Les fondements de l'économie et de la sociologie
1-1/ Les fondements de l'économie
1.2/ Les fondements de la sociologie
1.3/ Entreprise et organisations

Module 2. Croissance et développement du XIX^{e} siècle à nos jours
2.1/ Croissance et fluctuations depuis le XIX^{e} siècle
2.2/ Les transformations des structures économiques, sociales et démographiques depuis le XIX^{e} siècle
2.3/ Economie et sociologie du développement

Module 3. La mondialisation économique et financière
3.1/ La dynamique de la mondialisation économique
3.2/ La dynamique de la mondialisation financière
3.3/ L'intégration européenne

Module 4. Déséquilibres, régulation et action publique
4.1/ Les déséquilibres macroéconomiques et financiers
4.2/ Les politiques économiques
4.3/ Les politiques sociales

Module 1. Les fondements de l'économie et de la sociologie

Orientation générale

Ce module est un rappel et une introduction aux bases essentielles de l'économie et de la sociologie. Il est structuré en trois parties. Les deux premières font le lien avec les programmes de l'enseignement secondaire de sciences économiques et sociales, la troisième met l'accent sur la question centrale des organisations.

1.1/ Les fondements de l'économie

Objectifs

Il s'agira ici d'étudier le cadre général des activités économiques et l'histoire de la pensée économique pour éclairer les enjeux économiques contemporains.

1.1.1. Les acteurs et les grandes fonctions de l'économie
1.1.2. Le financement de l'économie
1.1.3. Les grands courants de l'analyse économique depuis le XVI^{e} siècle

Commentaires

L'étude des problèmes économiques suppose une bonne connaissance des acteurs qui interagissent au sein d'une économie. On étudiera les caractéristiques des principaux acteurs (ménages, entreprises, pouvoirs publics) ainsi que les grandes opérations (production, répartition primaire et redistribution, consommation et épargne, investissement, échanges extérieurs). Cette approche, nécessairement synthétique, sera développée dans les éléments de comptabilité nationale traités dans le programme de l'enseignement d'économie approfondie.
On étudiera les formes et les fonctions de la monnaie, le processus de création monétaire et les différents modes de financement de l'économie sans analyser précisément les politiques monétaires qui seront traitées en seconde année.
Enfin on présentera les grands courants de la pensée économique depuis la naissance de l'économie politique, ainsi que les filiations entre les auteurs.

1.2/ Les fondements de la sociologie

Objectifs

Il s'agira ici de montrer que la sociologie est aujourd'hui une discipline constituée, avec ses concepts, ses méthodes, ses auteurs reconnus et qu'elle apporte une contribution essentielle à la connaissance du social.

1.2.1. Objet et méthodes
1.2.2. Les grands courants de l'analyse sociologique depuis le XIX^{e} siècle

Commentaires

Débuter par l'objet et les méthodes (quantitatives et qualitatives) permettra de mettre l'accent sur l'histoire de la construction de la sociologie et du débat sur les méthodes au XIX^{e} siècle. On étudiera ensuite les différents courants de l'analyse sociologique, structurés autour de leurs grands auteurs, tout en évitant de présenter des oppositions irréductibles entre les différentes approches.

1.3/ Entreprise et organisations

Objectifs

Il s'agira ici de présenter l'entreprise, organisation centrale de l'activité économique, mais aussi d'étudier plus largement l'importance des organisations s'inscrivant dans l'évolution des sociétés contemporaines.

1.3.1. Les transformations de l'entreprise depuis le XIX^{e} siècle
1.3.2. Analyse économique de l'entreprise
1.3.3. Éléments de sociologie des organisations

Commentaires
Les entreprises sont à l'origine des mutations du système productif en même temps qu'elles sont transformées par les évolutions économiques et sociales. L'analyse de la place des entreprises dans les révolutions industrielles doit permettre de mettre en exergue leur rôle moteur dans l'émergence des nouveaux modes productifs.
Il conviendra de s'interroger sur la nature de la firme notamment comme mode d'allocation des ressources, sur l'efficacité des formes organisationnelles et sur les transformations des modes de gouvernance. On soulignera le rôle de l'entrepreneur.
Les éléments de sociologie des organisations, au-delà de la définition de l'organisation, permettront d'étudier comment les acteurs construisent et coordonnent des activités organisées. L'analyse de l'évolution organisationnelle doit permettre de comprendre pourquoi l'analyse stratégique et systémique est devenue dominante, mais sans faire l'impasse sur les autres approches, notamment celles liées à la culture d'entreprise et à l'identité au travail. On veillera à placer le développement des organisations dans son contexte historique.

Module 2. Croissance et développement du XIX^{e} siècle à nos jours

Orientation générale
La croissance et le développement sont à l'origine des changements économiques, sociaux, démographiques comme ils sont modifiés par ceux-là. Cette réciprocité nécessitera d'étudier les théories de la croissance et de montrer qu'il existe des fluctuations dans lesquelles les crises sont souvent des facteurs déclencheurs. L'étude de la dimension historique des changements économiques, sociaux et démographiques éclairera les analyses plus théoriques. On mobilisera l'économie et la sociologie du développement pour analyser les inégalités de développement et la soutenabilité du développement.

2.1/ Croissance et fluctuations depuis le XIX^{e} siècle

Objectifs
L'analyse historique et l'analyse économique sont essentielles pour comprendre la croissance. Il faudra repérer les fluctuations économiques et en avancer les explications.

2.1.1. La croissance économique
2.1.2. Fluctuations et crises économiques

Commentaires
La croissance moderne peut s'analyser comme un processus relativement progressif ou comme l'œuvre de ruptures. Il s'agira de présenter les faits stylisés de la croissance depuis la révolution industrielle en montrant que tous les territoires ne sont pas concernés en même temps et avec la même intensité. On présentera les sources et mécanismes de la croissance et les grands courants d'analyse.
Les différents modèles permettent de s'interroger sur le caractère inéluctable ou non des déséquilibres accompagnant la croissance et sur leur origine, exogène ou endogène. On étudiera les sources du progrès technique et son rôle dans la croissance.
Au-delà de la typologie des cycles, on s'interrogera sur la mesure des fluctuations et sur leur chronologie. On soulignera le rôle des crises comme facteur de rupture et de démarrage des cycles. On abordera les différentes interprétations des fluctuations et des crises.

2.2/ Les transformations des structures économiques, sociales et démographiques depuis le XIX^{e} siècle

Objectifs
On présentera les transformations des structures économiques, sociales et démographiques et on montrera que leurs relations avec la croissance sont complexes.

2.2.1. Les transformations des structures économiques et financières
2.2.2. Les transformations des structures sociales
2.2.3. Les transformations démographiques

Commentaires
Croissance, développement et transformations du système productif sont en interaction permanente. On étudiera l'évolution de la productivité, ainsi que les mutations des secteurs d'activité et des modes de financement depuis la révolution industrielle.
Les transformations économiques s'accompagnent de transformations de la structure sociale. La prise en compte du temps long est nécessaire pour appréhender les évolutions des groupes sociaux.
Les relations entre démographie et économie sont complexes. On présentera les grands indicateurs démographiques dans leur mode de calcul et leurs significations. Les relations entre développement économique, évolution des pyramides des âges et flux démographiques pourront permettre de comprendre les évolutions passées et les problèmes contemporains.

2.3/ Économie et sociologie du développement

Objectifs
La convergence ou la divergence des évolutions des économies conduit à s'interroger sur les inégalités de développement et sur leurs origines. Après avoir décrit les formes prises par ces inégalités dans le monde contemporain, il conviendra de s'interroger sur la pérennisation et la soutenabilité du développement dans un monde aux ressources finies. Dans ce cadre, comme dans celui du développement en général, on mobilisera les travaux économiques et sociologiques sur le rôle des institutions, notamment le marché et l'Etat.

2.3.1. Les inégalités de développement
2.3.2. Stratégies et soutenabilité du développement
2.3.3. Economie et sociologie des institutions et du développement

Commentaires
On étudiera les inégalités de développement en montrant qu'elles sont évaluées à l'aune d'un modèle, celui des pays capitalistes avancés, et à travers de nombreux indicateurs. On montrera que leur appréhension n'est pas exempte de références axiologiques et qu'elle est dépendante des instruments de mesure. On montrera que ces inégalités existent entre les pays et au sein des pays.
On étudiera la notion de développement en s'interrogeant sur les stratégies qu'il est possible de mettre en œuvre. On montrera que, face aux échecs de certaines stratégies et face à certaines tentatives d'imposition d'un modèle unique, l'éclatement du tiers-monde pose la question de l'homogénéité du développement et renouvelle l'économie du développement.
On étudiera la manière dont des contraintes nouvelles en termes d'écologie et de soutenabilité pèsent de plus en plus sur le développement de l'ensemble du monde. On réfléchira aux conditions d'un développement durable, cette soutenabilité du développement nécessitant des stratégies de coopération à l'échelle régionale et mondiale.
On étudiera enfin le rôle des marchés et d'autres institutions, comme l'Etat, dans l'émergence du développement. On montrera que marché et Etat sont des constructions sociales qui ont eu, et ont encore, un rôle dans le développement des pays, mais qui ne peuvent être déconnectées de leurs conditions sociales d'émergence.

Module 3. La mondialisation économique et financière

Orientation générale
Ce module vise à étudier le phénomène de la mondialisation en rappelant ses origines historiques et en mettant l'accent sur son amplification et ses spécificités contemporaines. Aux deux premiers

chapitres qui traitent des dimensions économique et financière de la mondialisation, s'ajoute un troisième portant sur l'intégration européenne, partie prenante de la dynamique de la mondialisation mais aussi expérience singulière.

3.1/ La dynamique de la mondialisation économique

Objectifs

Il s'agit de retracer l'histoire de l'ouverture des économies depuis le XIX^{e} siècle et d'en dresser un tableau contemporain présentant les tendances majeures et les acteurs principaux. En s'appuyant sur les théories économiques, on mettra en évidence les mécanismes et les vecteurs de la mondialisation et les débats qu'elle suscite.

3.1.1. L'ouverture des économies depuis le XIX^{e} siècle : évolution et acteurs
3.1.2. L'analyse économique des échanges internationaux
3.1.3. Régionalisation, gouvernance et régulations internationales

Commentaires

On présentera l'évolution des échanges des biens et services, des mouvements de facteurs de production et des politiques commerciales depuis le XIX^{e} siècle. On mettra en évidence les spécificités des phénomènes contemporains, notamment le rôle des institutions internationales et le poids croissant des firmes multinationales dont il conviendra d'étudier les stratégies.
On mobilisera et on confrontera données factuelles et théories économiques pour traiter les questions de l'explication du contenu des échanges, des déterminants de la spécialisation, du choix entre libre-échange et protectionnisme. On analysera les différences de performances commerciales entre nations et les effets de la mondialisation en termes d'emploi et de répartition.
L'étude de la libéralisation multilatérale des échanges et celle des principales expériences d'intégration régionale nourrira un questionnement sur leur compatibilité. On réfléchira aux modalités de la gouvernance et de la régulation de la mondialisation.

3.2/ La dynamique de la mondialisation financière

Objectifs

Il s'agit de montrer que la mondialisation se manifeste aussi par l'émergence d'un marché mondial des capitaux dont on analysera le fonctionnement. On étudiera la façon dont flux réels et flux financiers influencent la formation des taux de change dans le cadre d'un système monétaire international dont on retracera les transformations depuis le XIX^{e} siècle.

3.2.1. La balance des paiements, taux de change et systèmes de change
3.2.2. L'évolution du système monétaire international depuis le XIX^{e} siècle
3.2.3. Constitution et fonctionnement du marché mondial des capitaux

Commentaires

On étudiera la construction de la balance des paiements et la signification de ses soldes. En confrontant théories économiques et données factuelles, on s'interrogera sur les déterminants, réels et financiers, de la formation des taux de change. On analysera également les politiques de change et leur influence, et on discutera les forces et faiblesses respectives des différents systèmes de change.
On analysera les fonctions d'un système monétaire international, puis on présentera les différents systèmes qui se sont succédé depuis le XIX^{e} siècle en étudiant les débats dont ils ont été l'objet.
On étudiera le développement des mouvements de capitaux depuis le XIX^{e} siècle, puis on analysera le processus de globalisation financière. On présentera les caractéristiques des principaux flux financiers actuels et on mettra en évidence les interactions entre les différentes composantes du marché des capitaux. On s'interrogera sur les justifications de la globalisation financière et sur ses effets sur l'allocation du capital à l'échelle mondiale.

3.3/ L'intégration européenne

Objectifs

Il s'agit ici de présenter et d'analyser un des exemples les plus aboutis d'intégration régionale : l'Union européenne. On montrera que ce projet européen s'est construit progressivement, au fil des traités, des conflits et des accords, pour arriver à l'union économique et monétaire, symbolisée par l'adoption de la monnaie unique. On s'interrogera sur la possibilité de créer véritablement une Europe sociale qui reste un des grands enjeux des débats à venir.

3.3.1. La dynamique de la construction européenne
3.3.2. L'Europe économique et monétaire
3.3.3. L'Europe sociale

Commentaires

On partira du questionnement, mené à partir des années 1950, autour de l'identité européenne. On montrera que l'intégration européenne s'est d'abord faite dans le domaine économique. On étudiera ensuite les différentes étapes de l'approfondissement de cette intégration économique mais aussi de l'élargissement. On analysera les difficultés auxquelles sont confrontées des économies situées à différents niveaux de développement.
On montrera les réalisations tangibles de l'Europe, d'abord dans le domaine économique (la politique agricole commune…), puis dans le domaine monétaire (système monétaire européen, monnaie unique...). On traitera les problèmes et les débats liés à la monnaie unique.
On abordera la question de l'Europe sociale à travers les instruments de coordination et d'harmonisation déjà mis en place en matière d'emploi et de politiques sociales. On montrera que le modèle social européen est un des grands enjeux de l'Europe.

Module 4 : Déséquilibres, régulation et action publique

Orientation générale

Ce module est centré sur les déséquilibres économiques, sur leurs conséquences économiques et sociales, et sur l'intervention des pouvoirs publics. On identifiera et analysera ces grands déséquilibres. On étudiera la légitimité, l'intérêt et le rôle de l'intervention publique en matière économique et sociale.

4.1/ Les déséquilibres macroéconomiques et financiers

Objectifs

On étudiera les grands déséquilibres macroéconomiques en insistant particulièrement sur le chômage et l'inflation. On s'interrogera sur la construction des indicateurs et sur les analyses théoriques permettant d'appréhender ces grands déséquilibres. Cette approche sera complétée par une étude des crises financières et de leur régulation.

4.1.1. Inflation et déflation
4.1.2. Le chômage : évolution et analyses
4.1.3. Les crises financières et leur régulation

Commentaires

Il s'agira de présenter les diverses explications de ces déséquilibres en s'appuyant sur des exemples depuis le XIX^{e} siècle.
On retracera les principales tendances de l'évolution des prix et on mobilisera les théories économiques sur l'inflation et la déflation.
On montrera que la nature et l'intensité du chômage ont beaucoup varié dans le temps et dans l'espace. On abordera les différentes approches théoriques ; on mettra en avant les explications issues de l'arbitrage inflation/chômage et les analyses les plus récentes sur le chômage et l'emploi.

On étudiera les crises financières dans leur déroulement et leurs conséquences, et on s'intéressera aux mécanismes de régulation mis en œuvre et en débat.

4.2/ Les politiques économiques

Objectifs

Il s'agira d'étudier, en mobilisant des exemples historiques et contemporains, l'intérêt et les limites de l'intervention économique des pouvoirs publics. On s'intéressera ensuite à la déclinaison des politiques économiques au niveau conjoncturel et structurel.

4.2.1. Allocation des ressources et réglementation des marchés
4.2.2. Les politiques de régulation du cycle économique
4.2.3. Les politiques structurelles

Commentaires

On étudiera le rôle de l'État dans l'allocation des ressources et la réglementation des marchés en s'appuyant sur des exemples passés et présents, notamment en réponse aux défaillances de marché.
On étudiera la manière dont les politiques économiques cherchent à agir sur les variables macroéconomiques en mettant l'accent sur les politiques menées depuis le début des années 1970, sans omettre les éclairages que peuvent apporter les périodes antérieures.
On analysera les modalités de l'intervention publique en matière budgétaire, monétaire, fiscale, d'emploi, d'innovation, de concurrence, etc. qui visent à réguler l'activité mais aussi à accroitre la croissance potentielle des économies et leur compétitivité.
On montrera que ces politiques, qui ne s'exercent plus seulement dans un cadre national mais recouvrent également des actions coordonnées notamment au niveau européen, sont soumises à des contraintes et sont l'objet de controverses.

4.3/ Les politiques sociales

Objectifs

On étudiera les fondements de la légitimité de l'intervention sociale de l'Etat. On montrera que les débats depuis le XIX^{e} siècle influencent les politiques de lutte contre les inégalités et produisent des modèles différents d'Etat-providence et de protection sociale.

4.3.1. Justice sociale et légitimation de l'intervention publique
4.3.2. Les politiques de lutte contre les inégalités
4.3.3. Etat-providence et protection sociale

Commentaires

On étudiera, à travers les approches de la justice sociale, les débats sur l'intervention des pouvoirs publics concernant l'égalité, la redistribution, la reconnaissance et l'identité dans les sociétés contemporaines. On analysera l'influence des conceptions de la justice sociale sur le traitement des inégalités et de l'exclusion.
On étudiera les grands types de politiques de lutte contre les inégalités ainsi que leurs instruments, en insistant sur le coût et sur l'efficacité dans le temps des mesures prises par les pouvoirs publics, et sur les contraintes budgétaires qui pèsent sur ces politiques.
On mettra en évidence les différentes voies qu'ont pu emprunter les pays industrialisés pour faire émerger les grands systèmes d'Etat social et les difficultés auxquelles ils sont confrontés.