RAPPORT DU JURY 2011
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'admission sur classes préparatoires
Option économique

Présentation de l'épreuve :

• L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.
Le sujet balayait largement le programme en donnant une place importante aux probabilités (troisième exercice et problème).
La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme. Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé ce sujet équilibré, sélectif, avec plus de questions abstraites que par le passé, et laissant encore plus d'initiative aux candidats que par le passé. Il a permis de bien apprécier les connaissances (deux questions de cours étaient posées) et les capacités à raisonner des candidats, ce qui est le premier but d'un texte de concours.

• **L'exercice 1** proposait l'étude de la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par :

$$f(x) = \frac{2}{x^2}\int_0^x \frac{t}{e^t+1}\,dt \text{ si } x > 0 \text{ et } f(0) = \frac{1}{2}.$$

La présence d'une intégrale fonction de sa borne supérieure a joué un rôle très discriminant, les candidats semblant, pour un grand nombre d'entre eux, ne pas savoir dériver ce genre de fonctions.

• **L'exercice 2** étudiait l'application f qui à toute fonction polynomiale de degré inférieur ou égal à 2, associe la fonction $f(P)$ définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ (f(P))(x) = 2xP(x) - (x^2-1)P'(x).$$

Le fait que f soit un endomorphisme opérant dans un espace de fonctions n'a pas été trop déstabilisant, mais a permis de distinguer clairement les candidats qui maîtrisaient le programme de seconde année. Les notions de noyau et d'image (pourtant vues en première année) restent floues pour un nombre significatif de candidats. Il est à noter qu'une importante minorité des candidats n'assurent pas la recherche des valeurs propres d'une matrice carrée d'ordre 3.

• **L'exercice 3,** portant sur le programme de probabilités, avait pour objectif d'étudier une suite de n épreuves aléatoires, chacune consistant à choisir au hasard une urne parmi n urnes numérotées de 1 à n, puis à en extraire une boule sans la remettre. On s'intéressait alors à plusieurs variables aléatoires associée à ces épreuves, dont la variable N_i égale au nombre de boules restant dans l'urne numérotée i à la fin de ces épreuves et la variable X_i valant 1 si l'urne numérotée i n'a jamais été choisie et 0 sinon.. Pour finir, une simulation informatique de X_1 et N_1 était proposée.
Ce type d'exercice permet de distinguer les candidats qui réfléchissent de ceux qui "bluffent" en paraphrasant l'énoncé : il ne fait aucun doute qu'il a permis aux meilleurs de faire la différence.

• **Le problème**, portant aussi sur le programme de probabilités, mais sur la partie "variables à densité", avait pour but de déterminer la loi de la variable aléatoire $Z = XY$, où Y était une variable aléatoire de

loi donnée par : $P(Y = 1) = P(Y = -1) = \frac{1}{2}$. La partie 1 proposait le cas où X suit la loi normale centrée réduite et le cas où X suit la loi uniforme sur $[0, 1]$. La partie 2, plus longue, proposait le cas où X suit la loi exponentielle de paramètre 1. Une simulation informatique de la loi de Z était proposée à la fin de cette partie.
Le problème a été abordé avec des fortunes diverses, certains candidats n'ayant visiblement aucune connaissance sur cette partie du programme de seconde année. Dans l'ensemble, il a été plutôt bien réussi par ceux qui ont eu le temps (ou la présence d'esprit) de s'y intéresser.

Statistiques :

• Pour l'ensemble des 3356 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 10,36 sur 20 (quasiment égale à celle de l'année dernière) et l'écart type vaut 5,88 (plus important que l'année dernière, ce qui tendrait à prouver que l'écart se creuse entre les "forts en maths" et les autres).

• 38 % des candidats ont une note strictement inférieure à 8 (dont 15% ont une note inférieure à 4). Le nombre de copies très faibles (note inférieure à 4) est en augmentation de 6 % par rapport à l'année dernière.

• 22 % des candidats ont une note comprise entre 8 et 12.

• 19 % des candidats ont une note supérieure ou égale à 16.

Conclusion :

Le niveau moyen reste stable par rapport à l'année dernière, mais il y a plus de copies très faibles (210 copies ont moins de 2 sur 20), mais aussi plus d'excellentes copies (400 copies ont plus de 18 sur 20).

Les copies sont, dans l'ensemble, bien présentées malgré la présence d'un nombre non négligeable de candidats qui ne respectent pas la numérotation des questions, écrivent mal (ce sont souvent les mêmes) et rendent la tâche du correcteur pénible : qu'ils sachent qu'ils n'ont rien à gagner à pratiquer de la sorte, bien au contraire. Comme l'a signalé un correcteur : « la rigueur de pensée passe également par la rigueur d'écriture ».
Il reste toujours un noyau de candidats qui ne peuvent s'empêcher de faire du remplissage au lieu d'argumenter face aux questions dont le résultat est donné : aucun correcteur n'est dupe, rappelons-le.

Précisons pour les futurs candidats qu'ils ne sont pas obligés de recopier les énoncés des questions avant de les traiter et qu'ils ne sont pas, non plus, obligés de recopier tout un programme d'informatique si la question posée était seulement de compléter quelques instructions manquantes.

Rappelons, comme d'habitude, que l'honnêteté, la simplicité, la précision et la rigueur sont des vertus attendues par tous les correcteurs sans exception, et qu'une bonne réponse est toujours une réponse construite rigoureusement.