

RAPPORT DU JURY
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'admission sur classes préparatoires
Option économique

Présentation de l'épreuve :

- L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.

Le sujet balayait largement le programme en donnant, comme d'habitude, une place importante aux probabilités (troisième exercice et problème comme l'année dernière).

La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme. Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé ce sujet équilibré, bien construit, progressif dans la difficulté et bien adapté au public, l'exercice 3 étant jugé particulièrement difficile. Ils ont pu apprécier très précisément les connaissances des candidats, mais aussi leurs capacités à mener un calcul compliqué à son terme ainsi que leurs capacités à raisonner, ce qui est le premier but d'un texte de concours.

Les candidats les moins sérieusement préparés ont montré leurs faiblesses théoriques ainsi que leur mauvaise maîtrise des techniques de base.

- **L'exercice 1** proposait l'étude de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$, définie par la donnée de $u_0 = 0$ et par la relation

$u_{n+1} = \frac{u_n^2 + 1}{2}$. Les premières questions établissaient quelques propriétés élémentaires de la suite (u_n) et demandaient la rédaction d'un programme de calcul des termes de cette suite. La dernière question établissait la convergence de la série de terme général $(1 - u_n)^2$.

Cet exercice a révélé les failles de certains candidats, notamment en ce qui concerne les mécanismes usuels de calcul (identités remarquables non reconnues), ce qui est relativement grave.

- **L'exercice 2** avait pour objectif de montrer que, si un endomorphisme g de $\mathbb{R}^3$ vérifie $g^2 \neq 0$ et $g^3 = 0$, alors on a : $\text{Im } g^2 = \text{Ker } g$. On commençait par l'étude d'un exemple puis on étudiait le cas général en déterminant une base de $\mathbb{R}^3$ dans laquelle la matrice de g permettait de conclure.

Cet exercice a montré que les notions de noyau et d'image restent floues pour un nombre significatif de candidats. La différence entre famille génératrice et base est, elle aussi, peu claire chez nombre de candidats.

- **L'exercice 3**, portant sur le programme de probabilités, avait pour objectif d'étudier une suite d'épreuves aléatoires, chacune consistant à extraire au hasard une boule d'une urne contenant n boules blanches et $n + 2$ boules noires selon le protocole suivant :

- Si l'on obtient une boule blanche, alors cette boule n'est pas remise dans l'urne et on enlève de plus une boule noire de l'urne.

- Si l'on obtient une boule noire, alors cette boule est remise dans l'urne et on remet en plus une boule blanche et une boule noire dans l'urne.

Le but était de déterminer la probabilité pour que la suite d'épreuves s'arrête au bout d'un temps fini. Ce type d'exercice permet de distinguer les candidats qui réfléchissent : il a permis aux meilleurs de faire la différence, notamment car certaines questions étaient ouvertes et qu'il fallait vraiment réfléchir pour trouver le résultat.

• **Le problème**, portant aussi sur le programme de probabilités, mais sur la partie "variables à densité", avait pour but d'étudier une variable aléatoire X de densité la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & \text{si } x \in [-1, 1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La suite proposait de montrer que la variable $Y = |X|$ suivait la même loi que le sup de deux variables indépendantes suivant la loi uniforme sur $[0, 1]$. La fin de ce problème proposait une simulation informatique de Y .

Le problème a été abordé avec des fortunes diverses, certains candidats n'ayant visiblement aucune connaissance sur cette partie du programme de seconde année. Dans l'ensemble, il a été plutôt bien réussi par ceux qui ont eu le temps (ou la présence d'esprit) de s'y intéresser.

Statistiques :

• Pour l'ensemble des 3301 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 10,418 sur 20 (supérieure de 0,56 point à celle de l'année dernière) et l'écart type vaut 5,93 (quasiment identique à celui de l'année dernière).

• 39 % des candidats ont une note strictement inférieure à 8 (dont 17% ont une note inférieure à 4). Le nombre de copies très faibles (note inférieure à 4) est en baisse de 1,5 % par rapport à l'année dernière.

• 20 % des candidats ont une note comprise entre 8 et 12.

• 23 % des candidats ont une note supérieure ou égale à 16.

Conclusion :

Les correcteurs trouvent la majorité des copies plutôt meilleures que l'année précédente mais déplorent également un nombre assez conséquent de copies complètement « vides » dans lesquelles les candidats font toutes, ou presque toutes, les fautes que l'on peut imaginer, tout en bafouant régulièrement la notion de raisonnement. Sur l'une d'entre elles, les correcteurs ont pu faire connaissance avec le « théorème Durand »...

Malgré tout, le niveau moyen est plus élevé que l'année dernière y compris en informatique, ce qui est un signe encourageant pour les sessions futures.

Les copies sont, dans l'ensemble, bien présentées malgré la présence d'un nombre assez élevé de candidats qui ne respectent pas la numérotation des questions, écrivent mal (ce sont souvent les mêmes) et rendent la tâche du correcteur pénible : qu'ils sachent qu'ils n'ont rien à gagner à pratiquer de la sorte, bien au contraire.

Il reste toujours un noyau de candidats qui ne peuvent s'empêcher de faire du remplissage au lieu d'argumenter face aux questions dont le résultat est donné : aucun correcteur n'est dupe, rappelons-le.

Précisons pour les futurs candidats qu'ils ne sont pas obligés de recopier les énoncés des questions avant de les traiter et qu'ils ne sont pas, non plus, obligés de recopier tout un programme d'informatique si la question posée était seulement de compléter quelques instructions manquantes.

Rappelons, comme d'habitude, que l'honnêteté, la simplicité, la précision et la rigueur sont des vertus attendues par tous les correcteurs sans exception, et qu'une bonne réponse est toujours une réponse construite rigoureusement.