

# MATHÉMATIQUES I

## Option Économique

### École conceptrice : EMLYON

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants.

**L'exercice 1** (algèbre) propose l'étude d'un endomorphisme de l'espace vectoriel des matrices symétriques d'ordre 2.

#### Partie I

1. Quelques réponses fausses, le calcul étant pourtant immédiat.
2. Quelques candidat(e)s ne connaissent pas la définition d'une matrice symétrique.

Il y a quelquefois confusion entre espace vectoriel et application linéaire.

Certain(e)s candidat(e)s oublient de dire que  $F, G, H$  sont dans  $\mathcal{S}_2$ .

Certain(e)s candidat(e)s croient, à tort, que, si trois vecteurs  $F, G, H$  sont deux à deux non colinéaires, alors la famille  $(F, G, H)$  est libre.

Beaucoup de candidat(e)s croient à tort qu'une matrice de  $\mathcal{S}_2$  est de la forme  $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ , au lieu de  $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ .

Il y a quelquefois confusion entre l'ordre d'une matrice carrée (2 ici) et la dimension de  $\mathbf{M}_2(\mathbb{R})$  (qui est 4).

**3.a.** Certain(e)s candidat(e)s croient à tort que le produit de deux matrices symétriques est toujours symétrique.

**3.b.** Question en général correctement résolue, lorsqu'elle est abordée.

**3.c.** La réponse correcte n'apparaît que dans une moitié des copies. Trop de candidat(e)s donnent une matrice dont le format est incorrect.

#### Partie II

1. Vu la forme de l'énoncé, il est inutile de chercher les valeurs propres par la méthode du pivot. Il y a quelquefois confusion entre  $\mathbb{R}^3$  et  $\mathbf{M}_3(\mathbb{R})$ , et entre leurs dimensions.

2. La matrice  $P$  est inversible comme matrice de passage d'une base à une base ; il est inutile ici de montrer par le calcul que  $P$  est inversible, ni de calculer  $P^{-1}$ .

Rappelons qu'un sous-espace propre n'est jamais égal à  $\{0\}$ .

Le non-respect de la consigne (la première ligne de  $P$ ) est logiquement sanctionné dans l'évaluation des copies.

3. Quelques erreurs dans les calculs, pourtant très simples, des trois matrices diagonales  $D + 4I$ ,  $D - I$ ,  $D - 16I$ . Ce produit de trois matrices diagonales doit être clairement effectué.
4. Penser à développer le produit précédent et à utiliser le lien entre  $D$  et  $M$ .
5. Le lien entre endomorphismes et matrices carrées n'est pas, en général, clairement dégagé.

**L'exercice 2** (analyse) fait étudier une fonction d'une variable réelle, puis une suite récurrente associée à cette fonction, et se termine par la recherche des extremums d'une fonction de deux variables.

### Partie I

**1.a.** Question très facile ; quelques copies donnent cependant un résultat faux.

L'identité remarquable relative à  $x^2 - 2x + 1$  n'est pas assez reconnue.

**1.b.** Les correcteurs ont été étonnés, dans certaines copies, par des réponses grossièrement fausses.

**1.c.** Quelques erreurs de calcul.

**2.** Les problèmes de croissance comparée ne sont pas toujours vus, et, quand ils le sont, les explications sont parfois confuses ou incomplètes.

La recherche de la limite de  $\frac{\ln(1+x^2)}{x}$  lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$  est souvent mal justifiée.

Erreurs et confusions dans les calculs pour lesquels  $x$  est négatif.

**3.** L'étude des branches infinies n'est pas maîtrisée dans la plupart des copies. Il y a souvent confusion entre branche parabolique et existence d'une asymptote oblique.

**4.** Quelques erreurs de calcul, par négligence de signes.

Il y a quelquefois oubli de montrer que  $f''$  change de signe.

Certain(e)s candidat(e)s oublient de donner les ordonnées des deux points d'inflexion.

**5.** Peu de graphiques exacts.

**6.** Trop peu de candidat(e)s pensent à la linéarité de l'intégration, avant d'effectuer le changement de variable suggéré.

### Partie II

**1.** Il y a quelquefois confusion entre la monotonie de la fonction  $f$  et la monotonie de la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

**2.** Il y a souvent confusion entre suite minorée et suite majorée.

Ne pas oublier de montrer que les  $u_n$  sont tous positifs ou nuls.

**3.** Question d'informatique, correctement traitée dans une bonne proportion des copies, d'autres copies faisant ici l'impasse.

**4.a.** Trop de solutions grossièrement fausses, les variations d'une fonction auxiliaire étant souvent incorrectement obtenues.

**4.b.** Il y a fréquemment oublié de montrer que les  $u_n$  sont tous entre 0 et 1, avant d'appliquer le résultat de la question précédente à  $u_n$  à la place de  $x$ .

**4.c.** Il y a souvent confusion entre suite et série.

Les justifications sont ici souvent confuses.

Lors de la citation d'un théorème de comparaison pour des séries à termes positifs ou nuls, il y a trop souvent oublié de la positivité, et il y a trop souvent comparaison des séries au lieu de la comparaison des termes généraux.

### Partie III

**1.** Il y a confusion entre classe  $C^1$  et dérivabilité pour une fonction d'une variable, et confusion entre classe  $C^1$  et existence des dérivées partielles premières pour une fonction de deux variables. Trop de copies donnent une expression lourde des résultats demandés.

**2.** Question très peu traitée, la résolution de l'équation  $f(x) = f(y)$  étant souvent incorrecte. Le début de résolution de la première équation est souvent incorrect, par l'équivalence logique fautive :

$$\frac{2x}{1+x^2} = \frac{2y}{1+y^2} \iff x = y.$$

Les candidat(e)s, dans leur quasi-totalité, s'enlisent dans des calculs non maîtrisés.

**3.** Question traitée seulement dans quelques très rares copies.

**L'exercice 3** (probabilités) fait intervenir la loi géométrique et la loi exponentielle.

C'est l'exercice le moins abordé, quelques rares copies faisant ici l'impasse.

### Partie I

**1.** Il s'agit ici de citer le cours.

Il y a quelquefois confusion entre  $p$  et  $q$ , en particulier pour l'expression de la variance.

**2.** On trouve trop souvent une confusion grossière entre un événement d'indice  $k$  et une réunion d'événements indexée par  $k$ .

Beaucoup de candidat(e)s confondent  $|X_1 - X_2|$  et  $X_1 - X_2$ .

Les systèmes complets d'événements ne sont pas assez explicités.

Le changement d'indice  $\ell = 2k$  dans  $\sum_{k=0}^{+\infty} q^{2k} = \sum_{\ell=0}^{+\infty} q^{\ell}$  est faux : les termes d'indices impairs sont alors soit manquants, soit introduits à tort.

**3.a.** Le raisonnement est du même genre que pour la question 2.

**3.b.** Trop de calculs semblent volontairement erronés afin d'obtenir le facteur 2 figurant dans le résultat.

**4.a.** Il y a souvent oublié de l'intervention de l'absolue convergence.

**4.b.** Les explications des étapes permettant d'obtenir la première égalité demandée sont souvent incomplètes. L'égalité  $E(X_1 X_2) = E(X_1) E(X_2)$  est rarement bien justifiée.

**5.** Question souvent traitée, assez correctement.

**6.a.** Le raisonnement est du même genre que celui de la question 2.

**6.b.** Il y a souvent oublié du terme d'indice 0.

## Partie II

**1.** Il s'agit ici de citer le cours.

Il y a souvent oublié de la valeur de la densité en un point de  $] -\infty ; 0[$ , ou oublié d'un coefficient  $\lambda$  dans l'expression de la densité sur  $]0 ; +\infty[$ , ou confusion entre  $\lambda$  et  $\frac{1}{\lambda}$ , entre  $\frac{1}{\lambda}$  et  $\frac{1}{\lambda^2}$ .

**2.a.** Dégager clairement un système complet d'événements et une indépendance.

**2.b.** Quelques erreurs dans le calcul d'une somme de série géométrique, commençant à l'indice 1 au lieu de l'indice habituel 0.

Quelques grossières erreurs de calcul sur les exponentielles.

**2.c.** Des candidat(e)s ne s'étonnent pas de trouver une densité négative.

Les trois exercices sont abordés dans la quasi-totalité des copies. L'exercice de probabilités a été moins délaissé que les années précédentes ; son énoncé comporte deux questions demandant de citer des résultats du cours, ce qui a mis les candidat(e)s en confiance.

Les correcteurs ont estimé qu'il s'agit d'un très bon sujet, progressif, complet et couvrant une large partie des connaissances exigibles, bien gradué en difficulté, de longueur convenable, et bien adapté à la voie économique.

Le sujet évalue la connaissance du programme, mais aussi, grâce à ses questions ouvertes, la capacité à résoudre des problèmes et à synthétiser.

Une bonne gradation de la difficulté a permis aux candidat(e)s de mettre en valeur leur travail de préparation dans les questions de facture classique, et a aussi permis, par des questions plus fines, aux meilleur(e)s de se dégager. Les capacités à relier différentes questions, à argumenter et à synthétiser font partie des critères d'évaluation des copies.

Dans l'ensemble, la présentation a paru convenable. Mais la rédaction est souvent trop approximative. Il est impératif que les questions soient numérotées selon l'énoncé et clairement séparées. Les résultats et les réponses doivent être mis en évidence, par exemple en les encadrant.

L'éventail complet des notes a été utilisé et le sujet a joué pleinement son rôle de sélection.