

# MATHÉMATIQUES I

## Option Économique

### École conceptrice : EMLYON

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants.

**L'exercice 1** (analyse) fait étudier une fonction d'une variable réelle, puis une suite récurrente associée à cette fonction, et se termine par la recherche des extremums locaux d'une fonction de deux variables réelles.

#### Partie I

1. La rédaction concernant la dérivabilité d'une fonction sur un intervalle est jugée trop détaillée par les correcteurs.

Malgré l'attention des concepteurs du sujet pour mettre en valeur les compétences de base des candidat(e)s, quelques rares copies donnent un résultat faux pour  $f'(x)$ .

2. Une minorité de candidat(e)s ne pense pas à étudier les variations d'une fonction.

Dans quelques copies, on croit (à tort bien sûr) que  $\ln x > 0$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ .

3. Question très facile, correctement résolue dans la quasi-totalité des copies.

4. Le caractère strict de la croissance de  $f$  est quelquefois omis.

5. Question facile, traitée dans presque toutes les copies.

6. Il y a trop souvent oubli de l'étude de la branche infinie lorsque  $x$  tend vers 0.

Dans quelques copies, on s'intéresse au cas où  $x$  tend vers  $-\infty$ , ce qui est aberrant.

L'étude de  $\frac{f(x)}{x}$  lorsque  $x$  tend vers 0 est ici inutile.

Les termes de branche infinie et de direction asymptotique sont trop mal connus.

7. La matérialisation graphique des branches infinies obtenues à la question précédente est rarement correcte.

La tangente demandée est souvent placée de manière incorrecte, même si les valeurs obtenues pour  $f(1)$  et  $f'(1)$  sont exactes.

#### Partie II

1. Question bien traitée dans presque toutes les copies.

2. Dans ce raisonnement par récurrence, beaucoup de copies concluent par  $u_{n+1} \geq e^n$  au lieu de  $u_{n+1} \geq e^{n+1}$ . Les correcteurs ont jugé que certaines productions visaient délibérément à les tromper sur les compétences réelles du (de la) candidat(e).

3. À la satisfaction des correcteurs, cette question d'informatique a été abordée dans la moitié des copies environ, et en général de façon satisfaisante.

### Partie III

1. La justification du caractère  $C^2$  de  $F$  est souvent imprécise ou incorrecte. L'expression de  $F'(x)$  est souvent fautive. Trop de copies donnent un résultat faux  $F'(x) = f(x) - f(1)$ , ou  $F'(x) = f(x) - 1$  ou  $F'(x) = \int_1^x f'(t) dt$ , au lieu du bon résultat  $F'(x) = f(x)$ .

2. Étonnamment, des copies ayant une expression fautive pour  $F'(x)$  donnent cependant un résultat exact pour  $G'_x(x, y)$  et  $G'_y(x, y)$ .

Dans certaines copies, il y a oubli d'un coefficient  $\frac{1}{2}$  dans le calcul des dérivées partielles de la fonction composée  $(x, y) \mapsto e^{\frac{x+y}{2}}$ .

3.a. Trop de candidat(e)s oublient de préciser que l'ensemble  $f(]0; +\infty[)$  est égal à  $\mathbb{R}$ .

3.b. La justification de l'égalité  $x = y$  est souvent fautive. La plupart des candidat(e)s ne montre qu'une implication au lieu d'une équivalence.

4. Cette question, pourtant assez facile, a été peu abordée.

5. Dans les quelques copies ayant abordé cette question, les calculs sont souvent faux.

**L'exercice 2** (algèbre) propose l'étude d'une matrice  $A$  carrée d'ordre 3, la construction d'une matrice  $R$  carrée d'ordre 3 telle que  $R^2 = A$ , puis l'étude d'endomorphismes de  $\mathbb{R}^3$  associés à  $A$  et  $R$ .

### Partie I

1. Question facile, correctement traitée dans la quasi-totalité des copies. La détermination du rang de la matrice  $A$  n'aurait pas dû être demandée. À la lecture des copies, cela n'a pas gêné les candidat(e)s, qui se sont investi(e)s dans les questions suivantes, indépendantes de ce résultat.

2. Les techniques de recherche de valeurs propres et de sous-espaces propres sont assez bien maîtrisées. Cependant, des candidat(e)s n'ont pas tenu compte de la formulation de la question dans l'énoncé, et ont effectué des calculs inutiles.

On a quelquefois rencontré la notation incorrecte  $A - 1$  au lieu de la notation correcte  $A - I$ .

3. Il y a confusion entre la formule  $A = PDP^{-1}$  (exacte) et la formule  $A = P^{-1}DP$  (fautive).

4. Méthodes généralement connues, mais les correcteurs regrettent que, trop souvent, les candidat(e)s ne vérifient pas leur résultat.

5. Question facile, assez souvent résolue. On a rencontré des notations  $A^{1/2}$ ,  $R^{1/2}$ ,  $\sqrt{A}$ ,  $\sqrt{R}$  incorrectes ici.

6. Ici aussi, les correcteurs regrettent que, trop souvent, les candidat(e)s ne vérifient pas leur résultat.

## Partie II

Cette Partie II a été souvent incomprise, les candidat(e)s n'exploitant pas le lien avec la partie I, ou utilisant les matrices de  $f$  et  $g$  dans la base  $\mathcal{B}$  au lieu d'exploiter, comme l'énoncé le suggère, les matrices de  $f$  et  $g$  dans  $\mathcal{C}$ .

1. Beaucoup de calculs inutiles ou faux.
2. et 3. Trop de candidat(e)s ne savent pas caractériser les éléments du noyau ou les éléments de l'image d'une application linéaire.
4. Cette question, rarement traitée, a été discriminante.

**L'exercice 3** (probabilités) propose l'étude de la différence de deux variables aléatoires discrètes, puis l'étude d'une variable aléatoire à densité conditionnée par une variable aléatoire discrète.

Le jury a noté ici une amélioration : moins de candidat(e)s font maintenant l'impasse sur les probabilités.

## Partie I

1. Il y a quelquefois confusion entre la loi de Bernoulli et la loi binomiale.

Les justifications sont trop souvent incomplètes.

2. La majorité des copies montre ici une erreur de compréhension.

3. Ici aussi, la majorité des copies montre une erreur de compréhension. Beaucoup de candidat(e)s confondent les deux événements :

”le joueur fixé atteint la cible au deuxième essai”

”le joueur rate la cible au premier essai et atteint la cible au deuxième essai”.

- 4.a. Une erreur grossière trop souvent rencontrée : les variables aléatoires  $X$  et  $Y$  sont indépendantes parce que les tirs sont indépendants. Lorsque la bonne réponse est pressentie, les justifications sont en général vagues et imprécises.

- 4.b. Trop de copies contiennent la notation fautive  $E(X, Y)$  au lieu de la notation exacte  $E(XY)$ .

## Partie II

1. Question souvent résolue très correctement, malgré quelques réponses farfelues.

Des copies donnent le résultat faux  $pq^k$  au lieu de la valeur attendue  $pq^{k-1}$ .

- 2.a. Les correcteurs ont trop souvent rencontré une grossière erreur de calcul sur les exponentielles, certain(e)s candidat(e)s remplaçant  $e^{-nt}$  par  $e^{-n}e^{-t}$ .

- 2.b. Les candidat(e)s manquent de précision dans la définition de la fonction de répartition de  $T$ . La plupart oublie de donner la valeur de  $F_T(t)$  lorsque  $t < 0$ .

- 2.c. Les justifications sont trop souvent incomplètes.

- 3.a. Question bien traitée, lorsqu'elle est abordée.

- 3.b. Beaucoup de candidat(e)s confondent ici  $P_{U=n}(Z > z)$  et  $P(Z > z)$ .

- 3.c. Question résolue dans quelques bonnes copies.

Les trois exercices sont abordés dans la quasi-totalité des copies. L'exercice de probabilités, comme l'année dernière, a été moins délaissé que les années précédentes ; son énoncé comporte deux questions (I 1., II 1.) demandant de citer des résultats du cours, ce qui a mis les candidat(e)s en confiance.

Les correcteurs ont estimé qu'il s'agit d'un très bon sujet, progressif, complet et couvrant une large partie des connaissances exigibles, bien gradué en difficulté, de longueur convenable, et bien adapté à la voie économique.

Le sujet évalue la connaissance du programme, mais aussi, grâce à ses questions ouvertes, la capacité à résoudre des problèmes et à synthétiser.

Une bonne gradation de la difficulté a permis aux candidat(e)s de mettre en valeur leur travail de préparation dans les questions de facture classique, et a aussi permis, par des questions plus fines, aux meilleur(e)s de se dégager. L'écart entre les très bonnes copies et les copies très faibles semble se creuser. Dans certaines copies, les compétences des candidat(e)s en mathématiques apparaissent inférieures à celles attendues pour le baccalauréat. Ils (elles) devraient sans doute au moins veiller à les travailler et à les conforter. Les capacités à relier différentes questions, à argumenter et à synthétiser font partie des critères d'évaluation des copies.

Dans l'ensemble, la présentation a paru convenable, malgré quelques copies sales, raturées ou illisibles. Mais la rédaction est souvent trop approximative et les candidat(e)s manquent de rigueur dans les notations, les phrases mathématiques et l'argumentation. Il est impératif que les questions soient numérotées selon l'énoncé et clairement séparées. Les résultats et les réponses doivent être mis en évidence, par exemple en les encadrant.

L'éventail complet des notes a été utilisé et le sujet a joué pleinement son rôle de sélection.