MATHEMATIQUES S (épreuve n° 280)

ANNEE 2010

Epreuve conçue par H E C

Voie Scientifique

	NBRE CANDIDATS	MOYENNES	ECARTS-TYPE
RESULTATS GLOBAUX	2 601	10,19	4,83

VOIES PREPARATOIRES			
Scientifique	2 601	10,19	4,83

ECOLES UTILISATRICES			
HEC	2 243	10,78	4,68
ESCP-EUROPE	2 532	10,32	4,79
ENSAE	334	13,34	4,61

Le sujet

Le sujet avait pour objectif final la résolution d'un problème de négociation (marchandage) entre n participants qui ont l'opportunité de coopérer afin d'atteindre des situations mutuellement bénéfiques (*théorie des jeux coopératifs*).

Ce problème avait pour origine les travaux pionniers de J. Nash (1953) et mettait en évidence la solution de règle de partage qui répondait le mieux à un certain nombre d'axiomes (symétrie, optimalité, invariance par changement d'échelle et invariance par élimination d'options non pertinentes).

Les outils mathématiques permettant d'atteindre l'objectif souhaité s'articulaient autour de la notion de *convexité* qui constitue une partie du programme de l'option S rarement exploitée dans les problèmes du concours HEC.

La partie I proposait tout d'abord de découvrir sur un exemple simple la notion de projection sur un convexe fermé et généralisait ensuite les propriétés de cette projection.
Dans la partie II, on étudiait un cas particulier de projection sur un ellipsoïde fermé et on mettait en évidence le vecteur projection et un exemple de séparation.

La partie III étudiait plus spécifiquement le problème de la séparation de deux convexes fermés et précédait une partie IV dans laquelle on appliquait les résultats des parties précédentes permettant d'exhiber la solution de Nash.

Les résultats statistiques

Le barème de notation accordait un poids identique aux trois premières parties du problème (30%) et 10% des points du barème étaient attribués à la quatrième partie. L'harmonisation des résultats obtenus par les correcteurs de cette épreuve a toutefois permis d'établir un classement discriminant des candidats et de dégager les meilleurs d'entre eux.

Environ 35% des candidats obtiennent une note supérieure à 12 et 13% des candidats se voient attribuer une note supérieure à 16. On observe enfin près de 160 candidats (5,4%) qui obtiennent une note supérieure à 19 dont 48 d'entre eux qui culminent à 20.

Commentaires

Dans la première partie, les candidats ont parfois été déroutés par le premier exemple : il est vraisemblable que l'origine de la difficulté soit le langage vectoriel utilisé, car la notion de distance entre deux vecteurs est moins intuitive celle entre deux points. Si la plupart des candidats dessinent correctement l'ensemble K, peu parviennent à dessiner un vecteur x comme « flèche d'origine O » et donc la projection sur K. Dans le second exemple, la convexité du sous-espace vectoriel est bien traitée mais le calcul explicite de la projection, bien qu'il fasse appel à une méthode classique, décourage une majorité de candidats. Le cas général (à partir de la question 3) est mieux traité mais, assez curieusement, les candidats éprouvent plus de difficultés avec la notion topologique de « borné » qu'avec celle de « fermé ».

Dans la deuxième partie, la convexité de l'ellipsoïde fut trouvée par une minorité de candidats et les questions suivantes furent globalement assez bien comprises, hormis la question 9 qui offre plus de « résistance ».

La troisième partie est abordée par un grand nombre de candidats ; ce sont ceux qui, ayant suffisamment réfléchi sur les parties précédentes, parviennent à en tirer bénéfice.

La quatrième partie fut rarement entreprise; cependant, ceux qui trouvaient la bijection induite par la question 18, prouvaient leur capacité à comprendre l'enjeu du problème posé.