

**MATHÉMATIQUES S
(ÉPREUVE N° 280)
ANNÉE 2018
ÉPREUVE CONÇUE PAR HEC PARIS
VOIE ÉCONOMIQUE ET COMMERCIALE**

1 – Le sujet

Le sujet de cette année était un sujet d'analyse « pure » ayant pour objectif une démonstration de la formule sommatoire de Poisson, cette dernière donnant lieu à une application probabiliste.

Le problème débutait sur un préliminaire consistant à établir la convergence de certaines intégrales en utilisant les propriétés de la fonction Gamma ou d'une densité de la loi normale et de calculer ces intégrales.

Dans une partie I, on cherchait à montrer qu'une certaine fonction définie par une intégrale était dérivable sur l'ensemble des nombres réels et, à l'aide d'une intégration par parties, à déterminer explicitement cette fonction. Cette partie faisait appel à des connaissances élémentaires de trigonométrie, à une inégalité des accroissements finis et à l'inégalité de Taylor-Lagrange.

La partie II, assez classique, étudiait certaines propriétés de la fonction de Dirichlet utiles pour aborder la suite du problème.

Dans la partie III, la plus longue, une succession de questions utilisait les résultats des parties précédentes ainsi que les propriétés des séries convergentes pour déterminer la formule sommatoire de Poisson.

L'application probabiliste de la partie IV proposait de compléter dans un premier temps, un programme Scilab et d'écrire ensuite un code donnant une approximation de la probabilité que le vainqueur du jeu soit le joueur A. Grâce à la formule sommatoire de Poisson, cette dernière partie permettait de conclure à l'absence d'équité du jeu considéré.

2 – Barème

Le préliminaire et les quatre parties du problème comptaient respectivement pour 8%, 20%, 16%, 28% et 28% des points de barème.

Le poids des questions de Scilab représentait 9,5% des points de barème.

Les questions les plus cotées étaient : 1.b), 10.d), 11.c), et 15.b).

3 – Remarques de correction

La plupart des candidats abordent toutes les parties sans nécessairement les achever, mais il faut noter que de nombreuses questions « fermées » et relativement peu difficiles permettaient de glaner des points.

1.b) De nombreux candidats trouvent une intégrale égale à 0 car « l'espérance d'une variable aléatoire centrée est nulle » !!

2. Cette question de convergence d'intégrale est assez correctement traitée.

3.a) Dans l'inégalité des accroissements finis, on majore souvent la dérivée et non pas sa valeur absolue.

3.b)c) La formule (classique) de transformation de somme en produit est assez souvent obtenue mais l'absence d'indication dans la question c) a pénalisé nombre de candidats.

4.b)c) Dans ces questions, l'utilisation de formules trigonométriques a constitué une difficulté en soi mais les résultats étant fournis par l'énoncé, beaucoup de candidats parviennent (par chance ?) à conclure !!

5.a) Souvent, on divise l'inégalité par h (et non pas sa valeur absolue).

5b)c) L'intégration par parties est correcte mais la détermination de l'expression finale de $F(x)$ est très mal traitée.

6.b) Cette question relative au prolongement par continuité sur $\mathbb{R}$ est très peu résolue.

8. Rares sont les candidats qui traitent correctement cette question.

9.a) Beaucoup de confusions dans les rôles respectifs de x et de k .

9.b) La parité de H est souvent trouvée mais pas celle de sa dérivée.

13. Le code de la question a) est souvent compris de même que le rôle des variables i et v .

Pour les candidats ayant abordé la question d), la complétude du code est très souvent correcte. En revanche, l'écriture du code proposée dans la question e) n'a manifestement pas inspiré la grande majorité des candidats.

14.a) Cette question est souvent abordée correctement et la loi géométrique est bien reconnue.

4 – Conseils aux futurs candidats

En ce qui concerne la forme, le jury conseille aux futurs candidats de lire attentivement le texte préliminaire qui précède toute épreuve écrite de mathématiques, dans lequel il est précisé notamment, que la lisibilité et la qualité de la rédaction entrent pour une part non négligeable dans l'appréciation des copies : un correcteur ne s'attarde pas à essayer de « décrypter » une copie illisible. Par contre, une copie propre et claire ne peut qu'avantager son auteur. Le jury rappelle également que les abréviations dans les copies doivent être proscrites et il conseille de bien numéroter les questions et d'encadrer les résultats.

De plus, les raisonnements doivent être clairs et précis, les affirmations étant étayées par une argumentation solide. Par exemple, le recours trop fréquent à des phrases du type « il est clair que... » doit être évité au profit d'une justification correcte fondée sur un apprentissage rigoureux et une très bonne maîtrise du cours.

Le jury recommande aux futurs candidats de prendre le temps de lire l'ensemble du sujet, non seulement pour s'en imprégner, mais aussi pour pointer les questions qui paraissent faciles à résoudre, lesquelles ne se situent pas nécessairement dans la première partie du sujet.

La recherche d'une solution à une question ne doit pas dépasser quatre à cinq minutes. Au-delà de ce délai, en cas d'échec, le candidat doit admettre le résultat de cette question (si la réponse figure dans l'énoncé), passer à la question suivante sans éprouver un sentiment de déstabilisation ou de découragement. Autrement dit, le jury recommande aux futurs candidats de faire preuve d'une grande ténacité.

5 – Statistiques

Sur les 2505 candidats ayant composé dans cette épreuve, la note moyenne est de 10,74 avec un écart-type de 4,91 suffisamment élevé pour classer les candidats de manière satisfaisante. Le nombre de candidats ayant obtenu une note supérieure ou égale à 16 est de 408, soit 16,3% des candidats présents.

On compte 46 candidats qui se voient attribuer la note maximale de 20 en progression sensible par rapport au concours 2017.

La note médiane est de 11,1 et les premier et troisième quartiles sont égaux à 7,2 et 14,7 respectivement.

La note maximale de 20 était attribuée aux candidats ayant obtenu au moins 60% des points du barème.