

MATHÉMATIQUES 2S (Épreuve n° 283)
ANNÉE 2016
Épreuve conçue par HEC Paris/ESCP Europe
Voie économique et commerciale

Le sujet

L'objet du problème de cette année consistait à présenter la notion de *copule* dans le cadre de la simulation d'un vecteur aléatoire à deux composantes.

Les copules sont des fonctions de plusieurs variables (on se limitait à deux dans le problème) qui mesurent l'intensité de la liaison entre les composantes d'un vecteur aléatoire.

La connaissance du degré de corrélation est tout à fait fondamentale dans la mesure où la simulation de vecteurs aléatoires dont les composantes ne sont pas indépendantes intervient dans de nombreux domaines (assurance, finance, etc.) où l'on évalue des risques cumulés.

La partie I concernait un exemple de simulation d'une variable aléatoire à densité et proposait deux questions de Scilab (code à compléter et interprétation d'une suite de commandes) ainsi qu'une question de topologie élémentaire. Cette partie a permis une première sélection des candidats (ceux qui maîtrisaient les propriétés d'une fonction de répartition ainsi que la définition de la borne inférieure d'un ensemble).

Dans la partie II, on s'intéressait aux propriétés de la fonction de répartition conjointe de deux variables aléatoires de lois uniforme ainsi qu'à sa restriction C à $[0,1]^2$. En particulier, on proposait un encadrement de C par deux fonctions C_+ et C_- qui constituaient deux premiers exemples de copules.

Dans la partie III, on définissait les copules, on étudiait deux exemples et on se proposait de déterminer une condition suffisante pour qu'une fonction soit une copule.

Enfin, la partie IV s'intéressait à une famille de copules C_p et proposait une méthode de simulation, avec Scilab, d'un couple aléatoire auquel est attachée la copule C_p .

Les résultats statistiques

La note moyenne des 3158 candidats ayant participé à cette épreuve s'établit à 10,39 avec un écart-type très élevé de 5,43.

Près de 45% des candidats obtiennent une note supérieure à 12 et 17% de l'ensemble des candidats se voient attribuer une note supérieure à 16 ; enfin, 2,1% de candidats, soit un peu plus de 70, se situent entre 19 et 20, et parmi ceux-ci, 36 obtiennent la note maximale de 20.

Le barème de notation accordait aux quatre parties du problème les poids respectifs de 30%, 33%, 17% et 20%.

Les meilleures copies réalisent près des deux-tiers du problème, c'est-à-dire la partie I et la partie II ou bien les parties I, III et IV.

Les résultats par école sont les suivants :

- HEC (2265 candidats) - moyenne : 12,10 ; écart-type : 4,83.
- ESCP Europe (2469 candidats) – moyenne : 11,82 ; écart-type : 4,87.

L'appréciation globale que l'on peut tirer de l'examen des copies est la suivante :

- Les candidats ont beaucoup progressé en informatique et le langage Scilab au programme depuis le concours 2015 est plutôt bien maîtrisé par ceux qui abordent ces questions. A ce propos, les questions de Scilab dans ce problème présentaient un poids de 8% des points de barème.
En revanche, les représentations graphiques demandées ou à l'initiative des candidats sont d'année en année, de plus en plus catastrophiques.
- La question 3 de topologie élémentaire n'a pas connu un franc succès auprès des candidats, alors que la connaissance des définitions et/ou une représentation graphique aurait largement suffi à résoudre ces questions !
- La question 4.e) a été très sélective et là encore, un « dessin » aurait constitué un support intuitif particulièrement utile.
- La question 6.b) a été résolue correctement par moins de 1% des candidats, soit une vingtaine de candidats présents à cette épreuve !