Mathématiques appliquées

Conception EDHEC

Session 2025

Présentation de l'épreuve

- L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.
- Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé le sujet bien adapté au public concerné, mais ils constatent avec étonnement que trop de candidats confondent l'étude d'une suite et celle d'une fonction dans l'exercice 1, discernent mal les objets de l'algèbre linéaire (vecteur et sous-espace vectoriel, base et sous-espace vectoriel) dans l'exercice 2, négligent l'existence d'une espérance en en privilégiant seulement le calcul dans l'exercice 3, et réfléchissent trop superficiellement à une situation probabiliste dans le problème.

Description du sujet

L'exercice 1, portant sur la partie analyse du programme, considérait la fonction f_n ($n \in \mathbb{N}^*$) définie par : $\forall x \in [0,1]$, $f_n(x) = \sum_{k=1}^{n} k\,x^k$. On étudiait alors la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par $f_n(u_n) = 1$ puis on en trouvait la limite.

Cet exercice a été abordé par presque tous les candidats mais un certain nombre d'entre eux ont confondu l'étude de la fonction f_n demandée avec l'étude de la suite $(f_n(x))_{n\in\mathbb{N}^*}$ qui ne l'était pas.

Certains points de cours ont fait défaut à quelques candidats : confondre la somme $\sum_{k=1}^{n} x^k$ avec la somme d'une série ou croire que la suite $(u_n^n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ puisse être géométrique, ou encore penser qu'une suite décroissante soit minorée par son premier terme, et même ne pas savoir résoudre l'équation $x + 2x^2 = 1$.
Force est également de constater que l'étude d'une suite implicite reste assez mystérieuse pour pas mal de candidats.
Tout ceci fait que cet exercice n'a pas autant rapporté que pouvaient le prévoir les candidats.

L'exercice 2, portant sur la partie algèbre linéaire du programme, s'intéressait à l'ensemble E des matrices de la forme $M(a,b) = \begin{pmatrix} a & b & a \\ b & 2a-b & b \\ a & b & a \end{pmatrix}$, où a et b sont des réels, puis proposait la diagonalisation d'une matrice particulière de E qui permettait d'en déduire celle d'une matrice quelconque de E.

Une fonction `Python` renvoyant l'une des matrices de E était demandée, puis on demandait le résultat renvoyé par des instructions `Python` concernant le rang de certaines matrices liées à l'exercice, et enfin, une fonction `Python` renvoyant $M(a,b)^n$ était demandée.

La différence entre un vecteur, une famille génératrice, une base et un sous-espace vectoriel n'est pas très nette chez tous les candidats : il a beaucoup été lu que $M(a,b) = \text{Vect}\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ b & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\right)$ ou que $\text{Vect}(B , C)$ est une base de *E*, et parfois pire !

Quant au théorème de concaténation de familles libres de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes, il est très loin d'être maîtrisé par l'ensemble des candidats.

Malgré tout, c'est globalement l'exercice le mieux réussi de l'avis de la majorité des correcteurs.

L'exercice 3, portant sur la partie probabilités du programme, proposait l'étude d'une suite $(X_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ de variables aléatoires telle que, pour tout entier naturel n non nul, X_n admet pour densité la fonction f_n ($n \in \mathbb{N}^*$) définie par : $f_n(x) = \begin{cases} \left(1-\dfrac{x}{n}\right)^{n-1} & \text{si } 0 \le x \le n \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$.

Dans un premier temps on établissait la convergence en loi de la suite $(X_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ vers une variable suivant une loi exponentielle, puis, à partir de variables aléatoires $U_1,\dots,U_n$ mutuellement indépendantes et suivant toutes la loi uniforme sur $[0,1]$ on construisait la variable aléatoire $Z_n = n\min(U_1,\dots,U_n)$ et on montrait que Z_n suivait la même loi que X_n.

Chez un certain nombre de candidats, les calculs d'intégrales (pourtant pas très compliqués ici) ont posé de sérieuses difficultés mais la définition d'une densité semble connue de la grande majorité des candidats.

Cet exercice a permis de départager de façon tranchée les candidats. Il est le moins bien réussi de cette épreuve (avec le problème) : il semble que beaucoup de candidats aient eu parfois la sensation de répondre correctement aux questions 1), 3), 4) et 5), ce qui n'était pas le cas, par exemple en affirmant sans preuve que f_n est positive et continue sauf en 0, ou en donnant une fonction de répartition nulle sur $[n,+\infty[$, ce qui est inenvisageable !

Dans un autre registre, croire que $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1-\dfrac{x}{n}\right)^n = 1$ sous prétexte que $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1-\dfrac{x}{n}\right) = 1$ est un peu naïf.

Quant à trouver une variance négative ou penser que $[0,n]$ soit un ensemble fini, c'est de l'ordre de l'insupportable !

Le problème, portant sur les parties analyse et probabilités du programme, proposait l'étude d'une suite de tirages dans $n+1$ urnes, numérotées de 1 à $n+1$, contenant chacune n boules et telles que, pour tout k de $[\![1,n+1]\!]$, l'urne numéro k contient $k-1$ boules noires, les autres boules étant blanches.

L'épreuve consistait à choisir une urne au hasard et à y effectuer indéfiniment des tirages au hasard d'une boule, avec remise.

On considérait alors la variable aléatoire X_n prenant la valeur 0 si l'on n'obtenait aucune boule blanche au cours de l'épreuve et prenant la valeur j ($j \in \mathbb{N}^*$) si la première boule blanche apparaissait au $j^{\text{ème}}$ tirage.
L'objectif était de déterminer la loi de X_n, son espérance et un équivalent de cette dernière.
Trois fonctions `Python` à compléter étaient proposées : deux pour la simulation de X_n et une pour le calcul de l'espérance de X_n.

Le problème a été très mal traité par un grand nombre de candidats visiblement dépassés par l'ampleur de certains calculs et par le fait de devoir réfléchir d'une façon plus intense que d'habitude.
Cela dit, sans chercher aussi loin, il aurait été bien vu de trouver des probabilités positives et inférieures ou égales à 1, ainsi qu'une espérance positive (puisque la variable X_n prend ses valeurs dans $\mathbb{N}$).
Il est à noter qu'un grand nombre de candidats confondent un événement tel que U_k avec une variable aléatoire en écrivant $P(U_k = k) = \dfrac{1}{n+1}$.

Statistiques

• Pour l'ensemble des 3878 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 10,42 sur 20 (très légèrement supérieure de 0,1 point à celle de l'année dernière), la médiane est égale à 10,2 et l'écart type vaut 6,07 (un peu plus important que celui de l'année dernière, toujours signe d'un classement efficace des candidats).

• 39,2% des candidats, contre 38,5% l'année dernière, ont une note inférieure à 8 (dont 19,4% ont une note inférieure à 4 contre 18,3% l'année dernière).

• 19,8% des candidats ont une note comprise entre 8 et 12 (pourcentage très légèrement inférieur à celui de l'année dernière qui était égal à 20,6%).

• 24,3% des candidats ont une note supérieure ou égale à 16 (pourcentage un peu supérieur à celui de l'année dernière qui était égal à 20,8%).

Conclusion

Comme l'année dernière, le niveau est très hétérogène et l'impression générale ressentie à la lecture des copies amène à penser que les notions courantes, les calculs classiques (comme la résolution de systèmes linéaires) et les raisonnements simples sont maîtrisés par un grand nombre de candidats,

En revanche, dès que l'énoncé proposait une réflexion plus fine ou présentait une notion un peu théorique, il ne restait que peu de candidats pouvant se hisser à ce niveau : ceux qui ont pu le faire ont clairement fait la différence sur le gros de la troupe.

Sur la forme, les copies sont, dans l'ensemble, agréablement présentées et rédigées dans un souci de clarté et de transparence mais les correcteurs remarquent qu'il y a de plus en plus de candidats dont les copies sont très mal présentées, avec beaucoup de ratures, et sur lesquelles la numérotation des questions n'est parfois pas respectée.
Une majorité de correcteurs proposent de revenir à un bonus pour les copies agréables à lire ou à un malus pour les copies peu respectueuses du correcteur car sales, raturées, sur lesquelles la numérotation des questions n'est pas respectée et utilisant des abréviations de façon inconsidérée.

En conséquence, la lisibilité des copies (soin, orthographe, graphie, numérotation des questions) sera prise en compte à partir de 2026, avec potentiellement un bonus ou un malus en fonction de ce critère.

Sur le fond, les copies sont majoritairement honnêtes mais il reste une assez grosse minorité de candidats adeptes du bluff (notamment en probabilité et dans les calculs fastidieux).
Ces candidats doivent savoir qu'aucun correcteur n'est dupe et qu'un argument inadapté (voire l'absence d'argument) ainsi que le manque de précision lors d'un calcul rendent la réponse irrecevable ! Une bonne réponse est une réponse construite rigoureusement et honnêtement.

Conseil aux futurs candidats : il faut prendre le temps de lire correctement chaque question et d'en comprendre les enjeux avant de se lancer dans une résolution aventureuse menant à une réponse incomplète, voire complètement hors sujet.
Dans la pratique, il ne faut pas rester plus de 4 ou 5 minutes sur une question, sauf pour terminer un long calcul.