Concours d'admission sur classes préparatoires

RAPPORT DU JURY
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES
2024

Présentation de l'épreuve

- L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.
- Le sujet balayait largement le programme en donnant une place importante aux probabilités (deuxième exercice et problème).

La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une ou deux parties du programme.

- Des questions d'informatique (Python) étaient proposées dans les exercices 1 et 2 mais certains correcteurs ont regretté qu'elles ne soient pas plus nombreuses.
- Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé le sujet équilibré et bien adapté au public concerné, les questions posées étant « dans l'esprit du programme » pour citer l'un d'entre eux, ce qui a permis aux candidats de s'intéresser à presque toutes les questions.

Cela dit, ils constatent avec étonnement que trop de candidats butent sur des questions classiques qui ont pourtant été vues en cours de façon quasi certaine, que ce soit en première année ou en deuxième année.

Description du sujet

L'exercice 1, portant sur la partie analyse du programme, étudiait le comportement de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_n = \int_0^1 \frac{x^n}{4-x^2}\,\mathrm{d}x$.

Un script `Python` permettait de conjecturer un équivalent de u_n que la fin de l'exercice s'attachait à confirmer.

Chez un certain nombre de candidats, les calculs d'intégrales (pourtant pas très compliqués ici) ont posé de sérieuses difficultés, mais globalement, c'est l'exercice le mieux réussi de l'avis de la majorité des correcteurs.

L'exercice 2, portant sur la partie probabilités du programme, s'intéressait à la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} x\,\mathrm{e}^{-x^2/2} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

On prouvait dans un premier temps que f pouvait être considérée comme densité d'une certaine variable aléatoire X, que l'on simulait grâce à la variable $Z = X^2$ dont on prouvait qu'elle suivait une loi exponentielle.

Pour finir, on considérait la suite $(Y_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ de variables aléatoires définies par $Y_n = \dfrac{X}{\sqrt{n}}$ dont on étudiait la convergence en loi et en probabilités et enfin, on définissait la variable

$M_n = \min(X_1,\ldots,X_n)$, où les X_i sont indépendantes et suivent toutes la même loi que X, puis on prouvait que M_n suivait la même loi que Y_n.

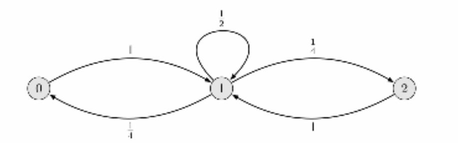
Cet exercice a été relativement bien réussi en ce qui concerne les premières questions mais beaucoup de candidats ont de grosses difficultés à déterminer les fonctions de répartition demandées (souvent on assiste à des parodies de preuve lorsque l'énoncé donne le résultat).

L'exercice 3, portant sur la partie analyse du programme, avait pour but de déterminer, via la résolution d'une équation différentielle, s'il existe des fonctions f continues sur $\mathbb{R}$ et vérifiant l'égalité : $\forall x\in\mathbb{R}$, $f(x)=1+\int_0^x t\,f(x-t)\,\mathrm{d}t$.

La dernière question testait la capacité des candidats à résoudre sans indication un problème similaire, à savoir s'il existe des fonctions f continues sur $\mathbb{R}$ et vérifiant : $\forall x\in\mathbb{R}$, $f(x)=\int_0^x t\,f(x-t)\,\mathrm{d}t$.

Cet exercice a permis de départager les candidats de façon tranchée, il a été complètement raté par la majorité d'entre eux et réussi par un tout petit nombre. Les correcteurs et correctrices signalant même que « l'exercice 3 fut un véritable massacre du début jusqu'à la fin quand il a été abordé ».

Le problème, portant sur les parties algèbre linéaire et probabilités du programme, proposait l'étude de la chaîne de Markov $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ associée au graphe suivant :



Dans un premier temps, on calculait l'espérance de X_n puis on déterminait, de deux façons différentes, la loi de X_n.

Le problème a permis aux candidats sérieux de s'exprimer sur un sujet classique pour les étudiants en maths appliquées, même si certaines questions sont restées mystérieuses pour un grand nombre.

Barème

Les quatre exercices comptaient respectivement pour environ 22%, 23%, 15% et 40% des points de barème et le poids des questions de `Python` représentait 7% des points de barème.

Statistiques

• Pour l'ensemble des 3459 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 10,32 sur 20 (identique à celle de l'année dernière), la médiane est égale à 10,3 et l'écart type vaut 5,76 (très important, comme les années précédentes, ce qui est signe d'un classement efficace des candidats sur toute la gamme des notes).

• 38,5% des candidats ont une note inférieure à 8 contre 39,5% l'année dernière (dont 18,3% ont une note inférieure à 4 contre 13,1% l'année dernière).

• 20,6% des candidats ont une note comprise entre 8 et 12 (pourcentage assez nettement inférieur à celui de l'année dernière qui était égal à 24,3%).

• 20,8% des candidats ont une note supérieure ou égale à 16 (pourcentage un peu supérieur à celui de l'année dernière qui était égal à 19,6%).

Conclusion

Comme l'année dernière, le niveau est très hétérogène et l'impression générale ressentie à la lecture des copies amène à penser que les notions courantes, les calculs classiques et les raisonnements simples sont maîtrisés par un grand nombre de candidats, mais dès que l'énoncé propose une réflexion plus fine ou présente une notion un peu théorique, il ne reste que peu de candidats pouvant se hisser à ce niveau : ceux qui ont pu le faire ont clairement fait la différence sur le gros de la troupe, notamment dans l'exercice 3 et dans certaines questions du problème.

Sur la forme, les copies sont, dans l'ensemble, agréablement présentées et rédigées dans un souci de clarté et de transparence mais les correcteurs remarquent qu'il y a encore quelques candidats qui rendent des copies difficiles à lire, avec en plus, beaucoup de fautes d'orthographe et de grammaire. Certains correcteurs proposent de revenir à un malus pour les copies sales et peu respectueuses du correcteur.

Sur le fond, les copies sont majoritairement honnêtes mais il reste une assez grosse minorité de candidats adeptes du bluff (surtout dans le problème où des résultats étaient donnés et où de nombreux candidats peu scrupuleux ont triché pour les obtenir) : ils doivent savoir que ce genre d'attitude se voit au premier coup d'œil et rend la réponse irrecevable !

Conseils aux futurs candidats

- Il faut prendre le temps de lire correctement chaque question et d'en comprendre les enjeux avant de se lancer dans une résolution aventureuse menant à une réponse incomplète, voire complètement hors-sujet.
- De nombreux candidats utilisent des théorèmes sur la diagonalisation qui ont disparu du programme avec la réforme de 2021, ce qui fait qu'ils se sont trouvés assez désemparés face à la façon dont les questions étaient posées dans la question 8) du problème, et, de plus, ils se sont fait pénaliser assez sévèrement. En cas de doute pendant leurs années de prépa, nous conseillons aux futurs candidats de consulter le programme officiel disponible sur le site de la BCE.
- Dans la pratique, il ne faut pas rester plus de 4 ou 5 minutes sur une question, sauf, par exemple, pour terminer un long calcul.
- Pour finir, il serait bien que les candidats les moins bien préparés fasse tout de même preuve d'un peu d'esprit critique sur les résultats trouvés : il est difficile pour les correcteurs de lire qu'une probabilité est strictement supérieure à 1 ou strictement négative !