

Mathématiques T

Conception BSB

Session 2023

1 - Sujet proposé

Cette année, le sujet comportait 3 exercices :

- un exercice d'analyse, lui-même composé de deux parties : une première partie consacrée à l'étude d'un polynôme de degré 3 qui correspond au minimum que doit savoir faire tout étudiant de l'enseignement supérieur. Une seconde partie s'intéressait à l'étude d'une fonction relativement simple (produit d'un polynôme de degré 2 et d'une exponentielle) et aux tangentes de son graphe.
- Un exercice de probabilité, comportant trois sous-parties afin de balayer le plus largement possible tout le programme de la filière E.C.T. Dans la première partie, on lançait successivement deux fois une pièce de monnaie non nécessairement équilibrée pour étudier des variables aléatoires discrètes. Dans la deuxième partie, on lançait trois fois une pièce équilibrée afin d'étudier un couple de variables aléatoires. Enfin la troisième partie portait sur les variables aléatoires à densité.
- Le troisième exercice s'intéressait à des matrices particulières ; leurs vecteurs propres et l'expression, à l'aide de suites numériques, de leurs puissances entières.

2 – Barème, attentes du jury

L'objectif de l'épreuve conçue par BSB est de valoriser les étudiants ayant travaillé avec sérieux et ayant fourni un effort de compréhension des démarches mathématiques mises en œuvre pendant leurs deux années de préparation. Les questions sont souvent proches de celles que les candidats n'ont pas manqué de rencontrer avec leur professeur. On ne cherche pas à les piéger mais à leur permettre de mettre en avant leurs connaissances et savoir-faire mathématique. Quelques questions, plus difficiles, permettent de valoriser les meilleurs candidats.

La notation des copies se faisait cette année suivant le protocole suivant :

- Chaque question est notée sur 4 : une question non abordée ou complètement fautive se voit attribuer un 0, si un début de réponse est décelé par le correcteur, le candidat obtiendra 1 à la question. S'il manque un argument important ou si un résultat numérique n'est pas obtenu ou si seule la moitié de la question est juste, la question sera notée avec un 2. Enfin si la réponse est convenable, on attribue 3 ou 4 : 4 si la réponse est parfaitement justifiée, 3 si elle ne l'est pas.
- Chaque question est agrémentée d'un coefficient (voir les tableaux ci-dessous) suivant sa difficulté.
- On multiplie ensuite chaque coefficient par la note obtenue à la question ; la somme de ces résultats donne une note brute.
- Un ajustement linéaire par morceaux permet d'obtenir une note finale sur 20.

Exercice 1																			
Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14a	14b	15	16a	16b	16c
Coefficient	4	3	2	4	4	4	3	3	4	3	2	2	1	3	1	3	1	1	1

Exercice 2																					
Question	1a	1b	2	3a	3b	3c	4a	4b	4c	5	6	7	8	9	10	11	12	13a	13b	13c	13d
Coefficient	4	4	3	4	4	4	4	2	1	4	4	4	4	4	2	2	4	1	3	3	3

Exercice 3																			
Question	1	2	3	4	5	6	7a	7b	7c	8	9	10	11a	11b	12	13a	13b	14	15
Coefficient	4	3	4	2	4	3	4	4	4	3	4	4	3	4	1	1	2	3	2

Les graphiques ci-dessous montrent la répartition des notes brutes et finales ainsi que la fonction d'ajustement.

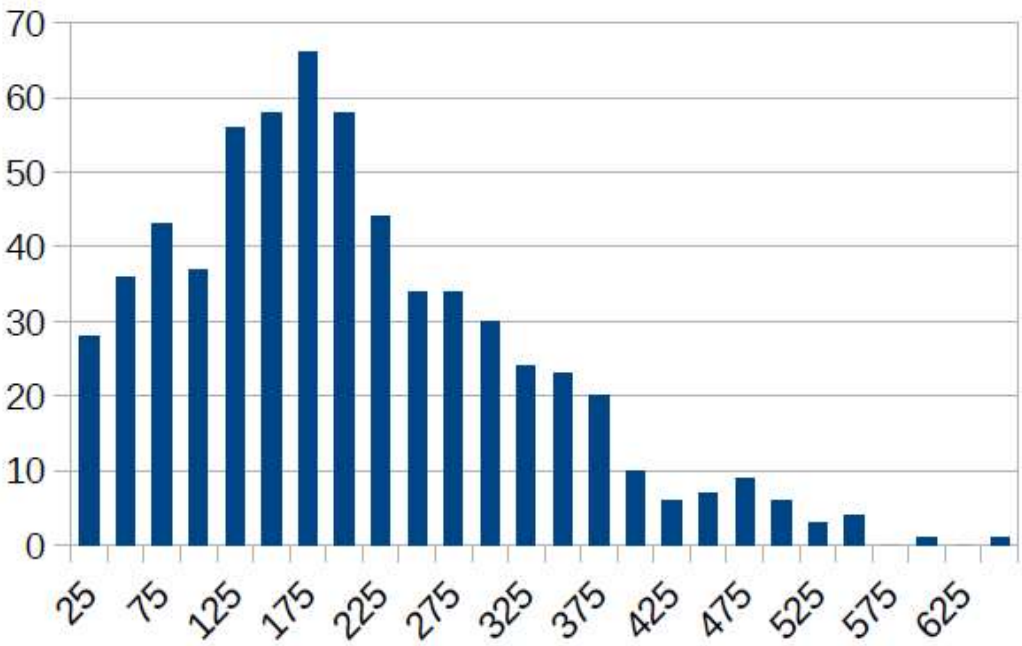


Figure 1: Notes brutes

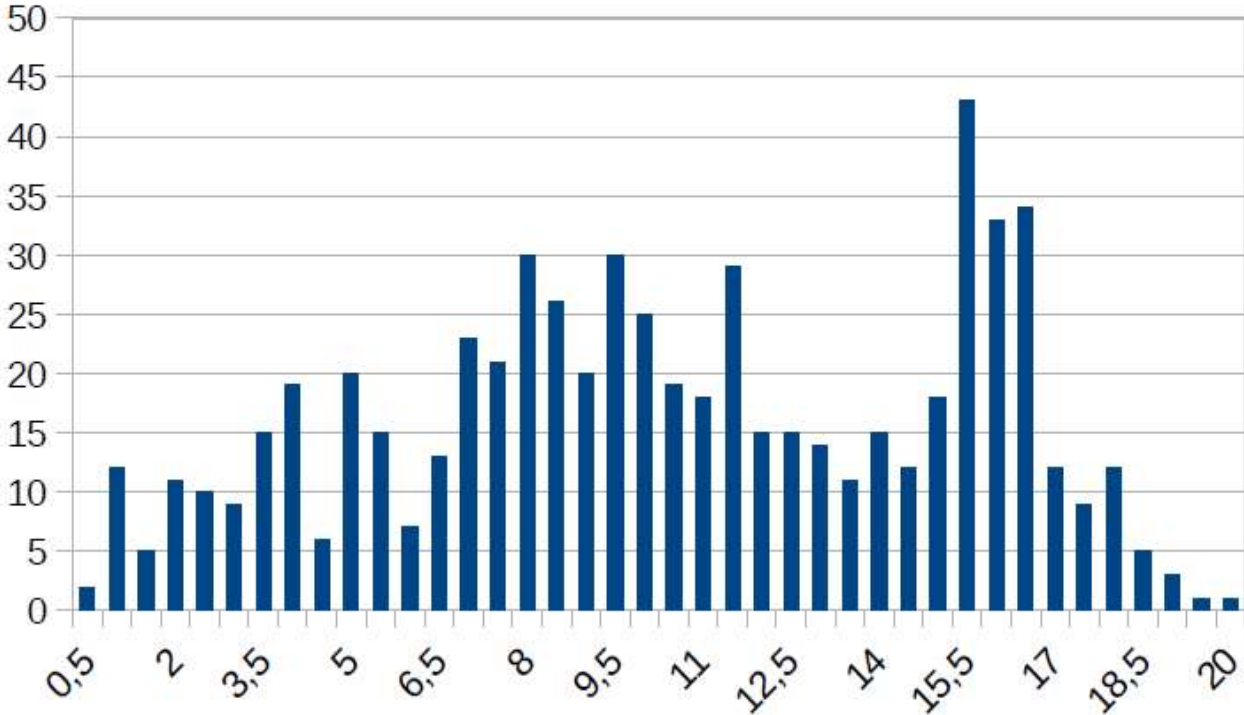


Figure 2 : Notes finales

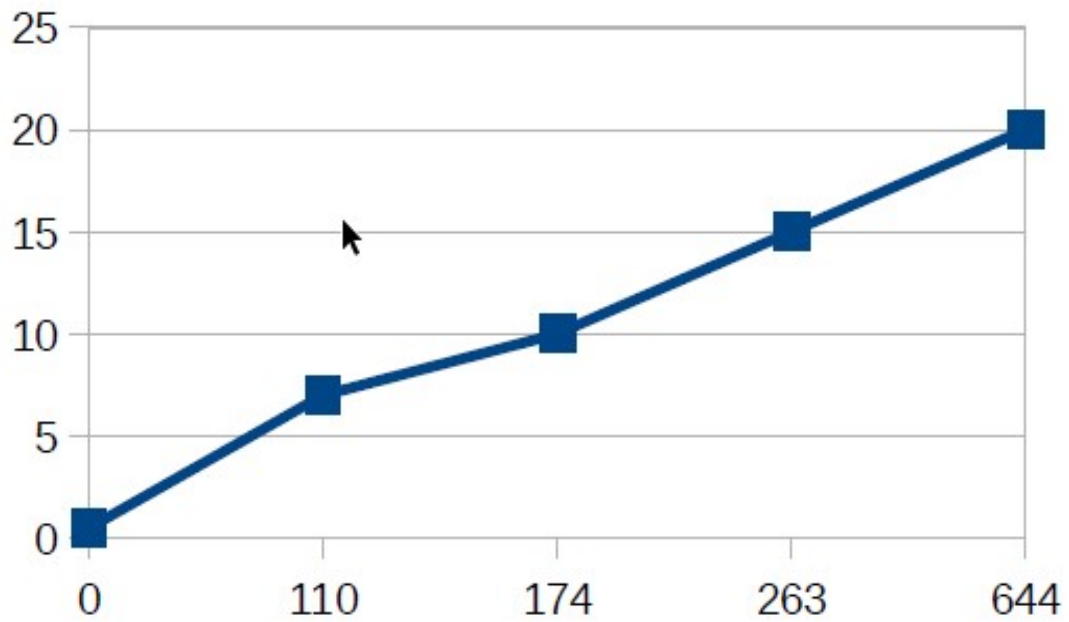


Figure 3 : Transformation note brute / note finale

Nous donnons enfin les résultats (sur 4) par question pour chaque exercice :

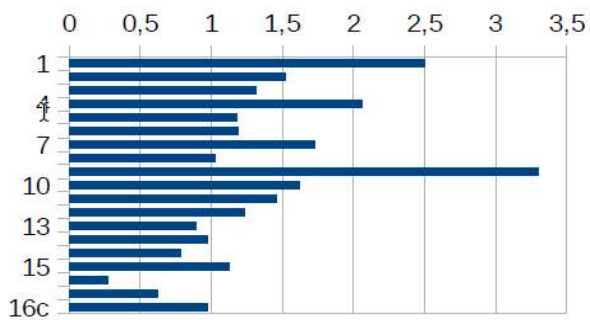


Figure 4: Exercice 1 -- analyse

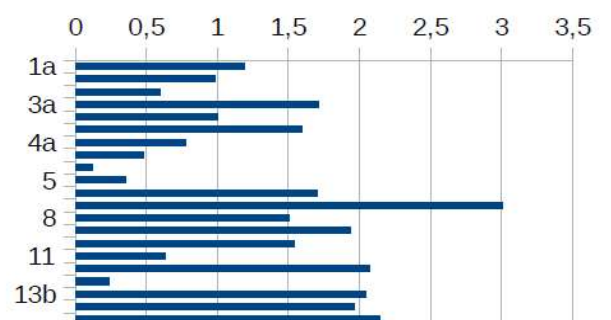


Figure 5: Exercice 2 -- probabilités

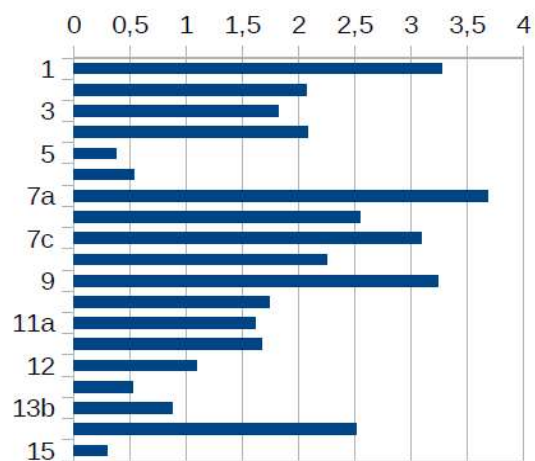


Figure 6: Exercice 3 -- matrices

La moyenne des copies est de 10,23, avec un écart type relativement élevé : 4,72. On relève une certaine hétérogénéité du niveau en mathématique des candidats.

- 76 copies (sur 638) ont une note comprise entre 15 et 16.
- 25% des copies ont une note inférieure ou égale à 7.
- La note médiane est de 10,05.

3 – Remarques de correction

Alors que comme souvent, le jury a trouvé de bonnes copies, le niveau global semble s'étioler avec une seule copie excellente et beaucoup de copies très faibles. Les copies sont souvent mal voire très mal présentées, pleines de ratures ou de fautes d'orthographe. Certaines phrases sont illisibles, beaucoup de candidats ne mettent pas en valeur leurs résultats...

Les bases du calcul (littéral ou numérique) sont très peu assurées pour une grande part des copies.

Nous organisons les remarques que l'on peut faire sur le sujet par compétences (cf. programme officiel).

• Communiquer par écrit

Le niveau est extrêmement faible, les fautes d'orthographe rendent certaines copies très difficiles à lire. Nous insistons sur le fait que les mathématiques sont une discipline où l'on doit démontrer donc le « discours » se doit d'être rigoureux et précis ; l'orthographe et la grammaire font partie intégrante de ce processus. La copie doit être considérée comme un écrin où le candidat met en valeur ses résultats, les copies ressemblaient plus à des brouillons ; cela n'est pas admissible. Le jury réfléchira à noter la présentation et l'orthographe de manière spécifique les années prochaines.

• Interpréter

Certaines questions (ex. 2, questions 3) a) 7) et 8) par exemple) n'étaient que des questions d'interprétation de l'énoncé ; le jury a été très déçu par le niveau global des copies sur ces compétences. Certaines réponses montraient des difficultés très grandes des candidats à lire et comprendre un énoncé simple. Sur les trois questions spécifiées, la moyenne est respectivement de 1,7, 3 et 1,5 (sur 4) avec 165, 266 et 74 copies ayant obtenu 3 ou plus (sur 638 copies).

Un autre exemple flagrant de souci d'interprétation se trouve dans la première partie de l'exercice de probabilités (ex. 2). L'énoncé considérait le cas d'une pièce non nécessairement équilibrée (paramètre p), un nombre impressionnant de copies a remplacé p par $\frac{1}{2}$ même si les réponses attendues par l'énoncé étaient fonction de p .

On note tout de même que de nombreuses copies réussissent à interpréter correctement les indices donnés pour trouver des valeurs propres et des vecteurs

propres ; la succession des questions 7) a) b)c) de l'exercice 3) étant des plus réussies.

- Rechercher et mettre en œuvre des stratégies adéquates

Plusieurs questions permettaient de vérifier si les étudiants étaient capables de choisir une stratégie adéquate : en algèbre linéaire par exemple, il y avait plusieurs façons de trouver des vecteurs propres et des valeurs propres. Même si toutes les questions n'ont pas été résolues de manière parfaite, on a trouvé un niveau correct quant à l'argumentation et finalement peu d' « arnaques ».

En revanche, les questions plus ouvertes comme la question 3) de l'exercice 3 montrent que les candidats manquent d'initiative pour proposer une propriété somme toute simple (la suite de matrices est constante à partir du rang 1).

- Modéliser

La modélisation était testée cette année de deux façons : en probabilité et avec les questions informatiques.

Le reconnaissance des modèles les plus simples en probabilité n'est clairement pas acquise. Il y a des confusions dans l'apprentissage du cours (support des variables aléatoires classiques) et dans le choix de la variable aléatoire adéquate en fonction du problème : après avoir vu, en suivant le sujet, une variable suivant une loi de Bernoulli, une loi binomiale et une loi géométrique, certains candidats pensent qu'automatiquement la suivante sera une variable de loi uniforme !

La modélisation informatique vient de changer de manière conséquente : l'arrivée du langage PYTHON et des requêtes SQL. Cette année le sujet n'interrogeait que sur des algorithmes classiques en PYTHON et la réussite n'est pas probante. Les boucles WHILE ne semblent pas connues et le compteur de la question 5) de l'exercice 2 n'a été reconnu que par 32 copies (alors que 374 copies ont abordé cette question).

- Maîtriser les concepts et les techniques mathématiques

Nous reprenons ici le constat fait les années précédentes : les étudiants sont plus à l'aise avec les concepts qui n'ont été abordés qu'en classe préparatoire (matrices, calcul intégral, variables aléatoires à densité). En revanche, certaines lacunes du lycée voire du collège n'ont pas été comblées.

En mathématiques, donner un résultat, même juste, sans le démontrer ne peut pas être suffisant. De la même manière les théorèmes du cours s'appliquent lorsque certaines conditions sont vérifiées. Il y a trop de confusions dans la vérification de ces hypothèses (nous pensons en particulier aux questions sur les limites où les croissances comparées sont invoquées même si elles ne s'appliquent pas).

On note également un nombre important de candidats en difficulté sur des notions de collège : mise au même dénominateur, factorisation, règles de priorité, confusion entre les opérations. Savoir manipuler des parenthèses dans un calcul devient une qualité rare. Il est pour le moins inquiétant de voir qu'un grand nombre de futurs managers est en difficulté pour simplifier une somme de deux fractions ou l'expression $1 - (-1)$.

• **Commentaires par exercices** : la moyenne sur 4 pour chaque question est indiquée entre parenthèses.

1. Exercice 1.

1. (2,5/4) Question bien réussie ; nous attendions un détail de calcul ici ; les copies proposant des signes farfelus comme $(-1-1+1+1)$ ont été pénalisées.

2. (1,52/4) Plusieurs méthodes étaient possibles : identification des coefficients de même degré, division euclidienne, ...

Les copies « devinant » les valeurs pour a , b et c devaient justifier l'égalité en développant le produit par exemple. Cette question devrait être bien mieux réussie, elle fait clairement partie des compétences requises pour un élève de classe préparatoire.

3. (1,31/4) Cette question dépendait de la réponse précédente mais il fallait faire le lien !

Les correcteurs ont vu beaucoup de discriminants calculés directement sur le polynôme de degré 3 !

4. (2,06/4) Question correctement réussie, il fallait soit invoquer le résultat sur les termes de plus haut degré soit factoriser pour lever les indéterminations.

5. (1,18/4) Il fallait reprendre l'expression initiale afin de dériver plus facilement P , ensuite déterminer le signe de P , puis en déduire les variations de P . Cette question comportait donc plusieurs étapes mais c'est une question ultra classique ! Les confusions ont été nombreuses et il semble que les candidats ont trop l'habitude que le résultat de la dérivée soit donné par l'énoncé. Le signe de P n'influence pas les variations de P !

6. (1,19/4) Avec seulement 118 copies abordant cette question ; cette question n'est pas difficile, il suffisait de connaître le vocabulaire de base des fonctions.

7. (1,73/4) La primitive est tout de même souvent trouvée ; le calcul avec les signes est ensuite régulièrement faux. Certaines copies ne « primitivent » pas !

8. (1/4) Avec seulement 166 copies faisant un graphique : comme les années précédentes nous insistons sur l'intérêt pour les élèves de savoir tracer un graphe simple.

9. (3,3/4) Question très bien réussie.

10. (1,62/4) Très souvent abordée, les limites sont régulièrement justes mais très mal justifiées : le théorème des croissances comparées ne s'applique que si la forme est indéterminée !

11. (1,62/4) La dérivée d'un produit pose problème ; c'est pourtant une formule centrale du cours.

12. (1,23/4) La cohérence entre le signe de la dérivée, les variations de f et les limites trouvées en 10 est indispensable : un tel raisonnement est attendu des candidats ayant suivi un enseignement de mathématiques de deux ans après le baccalauréat.

13. (0,9/4) Question difficile, certains candidats ont montré une véritable aisance à cette occasion.

14.

a. (1/4) Plusieurs raisonnements étaient possibles : résolution explicite ou théorème des valeurs intermédiaires.

b. (0,78/4) Question très peu abordée.

15. (1,12/4) La formule donnant l'équation de la tangente semble connue ; l'application avec des calculs corrects semble plus difficile.

16. a. b. et c. Questions peu abordées.

2. Exercice 2.

1. Pour cette question et globalement pour toute la première partie, de trop nombreux candidats n'ont pas compris que le paramètre p était indéterminé ; la plupart des candidats ont utilisé $p=1/2$ ce qui enlève tout l'intérêt de cette partie.

a. (1,19/4) La loi binomiale est finalement très peu reconnue.

b. (1/4) Les justifications sont très parcellaires

2. (0,6/4) Trop de résultats faux et donnés sans justifications

3.

a. (1,71/4) Question souvent non comprise ; l'exemple est là pour vérifier la compréhension des candidats ...

b. (1/4) La justification du modèle géométrique est indispensable ; une affirmation gratuite n'est pas suffisante.

c. (1,59/4) Question de cours, difficile en raison de l'expression du paramètre de la loi.

Les formules semblent connues.

4. Questions peu traitées.

a. (0,78/4)

b. (0,48/4)

c. (0,12/4)

5. (0,34/4) Suite au changement de programme, c'est la première question utilisant le langage PYTHON proposée aux candidats ; comme les années précédentes, cet aspect du programme est très peu compris.

6. (1,7/4) Question bien réussie.

7. (3/4) Certains candidats « oublient » le cas $T=0$.

8. (1,5/4) Correct, même si certains candidats s'entêtent à mener des raisonnements faux afin d'arriver à tout prix au bon résultat. Cela n'influence pas le correcteur de la bonne façon !

9. (1,93/4) De très bonnes copies trouvent les bonnes réponses ; les autres inventent des résultats farfelus car l'énoncé ne demande pas de justification...

10. (1,54/4) Question bien réussie par ceux qui l'ont abordée.

11. (0,64/4) Tous les résultats nécessaires au calcul de la probabilité conditionnelle étaient donnés dans l'énoncé.

12. (2,07/4) Le cours semble encore une fois connu, l'application à cette question est plutôt réussie.

13.

a. (0,24/4) Question mal comprise et très peu abordée.

b. (2/4) Finalement peu traitée alors que les calculs sont ceux de la question 12.

c. (2/4) Question peu traitée alors que la 13.b. permettait de répondre rapidement.

d. (2,15/4) Question peu traitée alors qu'elle n'est pas difficile ; nous rappelons aux candidats que les exercices sont souvent de difficulté progressive mais que certaines questions faciles peuvent être placées plus loin dans le sujet. La lecture préalable de l'énoncé est primordiale.

3. Exercice 3.

1. (3,27/4) Des erreurs sur le calcul (facile) de B^{-1} .

2. (2,07/4) L'énoncé demande un polynôme annulateur ; la moindre des choses serait de donner une réponse comportant... un polynôme !

3. (1,81/4) Le calcul de B^2 est souvent correct ; la généralisation pour tout n pose souvent problème.

4. (2,08/4) Un grand classique plutôt bien réussi même si les questions suivantes montrent qu'il y a des incompréhensions sur l'adjectif « possibles » de la formulation.

5. (0,38/4) Il y avait plusieurs méthodes possibles : le simple fait d'être racine du polynôme annulateur ne suffisait évidemment pas.

6. (0,53/4) Très peu réussie alors que cela devrait être une question facile !

7.

a. (3,69/4) Question bien réussie.

b. (2,54/4) Question bien réussie même si on note souvent l'oubli du caractère non nul du vecteur propre.

c. (3,09/4) Question bien réussie.

8. (2,25/4) Le calcul de A^2 est souvent correct mais le lien avec $-A$ n'est pas toujours fait.

9. (3,24/4) Question plutôt bien réussie ; les calculs étaient plus concis que ceux souvent donnés par les candidats.

10. (1,74/4) Rarement entièrement juste.

11.

a. (1,61/4) La suite arithmético-géométrique est souvent reconnue mais les candidats ont du mal à suivre le cheminement de l'énoncé.

b. (1,67/4) Peu abordée.

12. (1,09/4) Le lien avec les questions précédentes est rarement établi.

13.

a. (1,09/4) La boucle WHILE n'est pas comprise.

b. (0,87/4) Très peu réussie.

14. (2,51/4) Question bien réussie par ceux qui l'ont abordée.

15. (0,3/4) Question difficile.

4 - Conseils aux futurs candidats

L'épreuve est conçue pour être le plus proche des applications directes du cours : une bonne connaissance du cours et un entraînement raisonnable (en particulier au calcul numérique et algébrique) doit permettre d'obtenir une bonne note.

Nous conseillons aux candidats de reprendre le tableau des coefficients de chaque exercice et de travailler en priorité les questions ayant un fort coefficient : ce sont des questions généralement faciles que le jury estime faire partie du B.A.BA de l'étudiant ayant suivi deux ans de classes préparatoires.

Nous conseillons aussi aux candidats de reprendre les commentaires question par question afin de savoir sur quels points ils peuvent progresser.