4 Option Technologique

4.1 ECRICOME 2008 voie T

Cette épreuve comporte trois exercices indépendants.

Exercice I : Le but de l'exercice, constitué de deux parties, est l'étude du mouvement aléatoire d'une puce.
Première partie : Calcul de la puissance n-ième d'une matrice, dont le résultat est donné ; la méthode employée est une diagonalisation guidée.
Deuxième partie : Étude de la convergence de suites définies par des probabilités.
Remarques
L'exercice permet de vérifier les connaissances sur le calcul matriciel , notamment l'inversion d'une matrice carrée d'ordre 3, le raisonnement par récurrence, la formule des probabilités totales, la convergence des suites. Il n'y a pas de difficulté calculatoire.
L'énoncé est classique, mais introduit quelques originalités bienvenues : une matrice égale à son inverse, l'étude des suites extraites de rang pair et impair de trois suites.
Plusieurs résultats intermédiaires sont donnés, ce qui permet au candidat d'avancer dans la résolution.

Exercice II : Exercice d'analyse très classique, en trois parties. Première partie : Etude de la fonction définie par $g(x) = e^x (x-1) + x^2$, existence et unicité de la solution α de l'équation $g(x) = 0$
Deuxième partie : Etude d'une suite convergant vers α.
Troisième partie : Calcul d'aire.
Remarques
L'exercice permet de vérifier les connaissances sur la fonction exponentielle, le calcul de limites, de dérivées, le théorème de la bijection, le raisonnement par récurrence, l'inégalité des accroissements finis et son application aux suites, l'expression intégrale de l'aire comprise entre deux courbes, le théorème d'intégration par parties. Beaucoup de résultats sont donnés, permettant la poursuite de l'exercice. Dans la partie 2.2., il est étonnant qu'après la question 6, on ne demande pas de conclure à la convergence de la suite. La dernière question, sans conséquence pour la suite, laisse un peu d'initiative aux bons candidats. La question 2.1.3, bien qu'exprimée correctement peut entraîner une confusion. Il vaudrait mieux dire : « Montrer que sur $[0, +\infty[$ l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution ».
La reconnaissance des courbes à la question 2.3.1. est intéressante, même si l'utilité de la fonction ψ reste discutable.

Exercice III : Cet exercice de probabilités est constitué de deux parties indépendantes.
Première partie : Reconnaissance de deux lois usuelles, espérance et variance.
Deuxième partie : Etude d'une variable aléatoire à densité.
Remarques
L'exercice permet de vérifier les connaissances sur les lois binomiale et géométrique et les variables à densité.
Cet exercice permet un bon survol du cours de probabilités des deux années, en restant simple.

> Il s'agit d'une épreuve de longueur raisonnable, strictement conforme à la lettre et à l'esprit du programme, couvrant une large partie de celui-ci. La formulation de certaines questions devrait permettre assez facilement de départager les candidats. Un élève sérieux et bien préparé peut traiter entièrement cette épreuve.
> C'est un bon sujet, très bien conçu.

4.2 CCIP 2008 voie T math 2

Le sujet est constitué de quatre exercices indépendants.

Exercice 1 : Étude de la suite (u_n), où $u_n = \displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^n}{1-x^2}\,\mathrm{d}x$. On montre que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$, puis, sans utiliser le vocabulaire des séries, que la série $\sum\limits_{k=0}^{+\infty} u_k$ converge vers $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(1-x^2)(1-x)}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{4}(2+\ln 3)$.