

MATHÉMATIQUES ESC
ANNÉE 2014
OPTION TECHNOLOGIQUE

I. Le sujet

Le sujet proposé aux candidats était constitué de 4 exercices recouvrant une très large partie du programme des deux années.

- **Exercice 1. Algèbre.** Puissances successives d'une matrice. Application à un processus de Markov cherchant à étudier les pontes d'une poule.
- **Exercice 2. Analyse.** Étude d'une fonction puis d'une suite associée par l'inégalité des accroissements finis.
- **Exercice 3. Probabilités discrètes.** Etude de différentes variables aléatoires liées au déplacement d'un ascenseur.
- **Exercice 4. Probabilités.** Etude du retard d'un train.

Le sujet avait pour objectif de valoriser les étudiants ayant travaillé avec sérieux et ayant fait un effort de compréhension des démarches mathématiques mises en œuvre pendant leurs deux années de préparation. Quand cela était possible, les exercices portaient de situations concrètes. On cherchait alors à détecter chez l'étudiant sa capacité d'analyse et de compréhension des phénomènes étudiés ainsi que sa capacité à faire le lien entre les méthodes mathématiques vues en classe et la réalité.

Les correcteurs ont pu constater que pour la plupart des candidats les mathématiques étaient déconnectées du monde réel. Ainsi, en probabilités, il est rare que les étudiants fassent appel à leur bon sens. Nombreux sont ceux qui donnent des résultats incohérents (une poule continue à pondre des œufs alors qu'elle a été mangée, l'ascenseur ne s'arrête à aucun étage, etc.) ou qui ne font pas le lien avec le concret (« le train arrive avec un retard de $11/6$ » au lieu de 1h50mn).

II. Traitement du sujet par les candidats

Exercice 1 (5,2 points sur 20) représente 32,5% des points acquis par les candidats.

Les bases du calcul matriciel sont maîtrisées par presque tous les candidats même si l'on voit des cas manifestes d'escroquerie dès que les résultats sont donnés dans l'énoncé. Les premières questions nécessitaient d'être précautionneux sur l'ordre des matrices dans un produit, peu de candidats le sont.

Le principe de récurrence est le plus souvent acquis même si la rédaction de l'initialisation manque bien souvent de rigueur et de logique. Dans la question 2.b) de nombreux candidats confondent suite arithmétique et suite géométrique.

Les étudiants ont souvent eu du mal à voir le lien entre la question 2.b) et la question 2.c) cette dernière révèle de graves lacunes dans l'utilisation des parenthèses et la gestion des puissances.

La question 3 commençait de manière très classique et se finissait de façon plus originale. Les questions d) et f) ont joué leur rôle de sélectivité. Notons que beaucoup de candidats confondent « que représente » avec « calculer ». Enfin, les calculs sur les séries ont posé de grandes difficultés.

Exercice 2 (5,6 points sur 20) représente 28,5% des points acquis par les candidats.

On remarque chez beaucoup de candidats de grandes difficultés à calculer une limite sans erreurs et avec des justifications rigoureuses. Le signe moins dans l'exponentielle a souvent posé de gros problèmes. La notion de branche infinie est mal comprise. Les candidats appliquent « par cœur » une méthode de recherche de l'asymptote sans voir que dans l'énoncé l'équation de celle-ci était donnée.

On note que les étudiants ont du mal à remettre en cause les résultats trouvés : ainsi, peu de candidats vérifient la cohérence entre les variations de la fonction et ses limites dans le tableau de variation.

Ensuite, la rédaction proposée pour justifier que l'équation $f(x)=0$ admet deux solutions est très souvent défailante : l'argument de la continuité est trop rarement cité ; beaucoup de candidats se contentent de la monotonie non stricte ; peu vérifient ou signalent que 0 est bien dans l'intervalle image.

Dans une copie, la présence d'une bonne représentation graphique est valorisée car elle permet au correcteur de vérifier les capacités de synthèse et de compréhension du candidat. Hélas, les correcteurs ont trop peu eu l'occasion de voir des représentations graphiques et celles qu'ils ont vues étaient bien souvent farfelues.

La dernière partie de l'exercice, où l'on appliquait l'inégalité des accroissements finis a donné lieu à beaucoup d'imprécisions. On ne peut pas se contenter de vagues souvenirs pour appliquer ce théorème. On note également chez beaucoup de candidats une très mauvaise maîtrise de la fonction valeur absolue.

Exercice 3 (3,6 points sur 20) représente 19% des points acquis par les candidats.

Beaucoup de candidats confondent étages et personnes, ce qui les conduit à une mauvaise identification des paramètres de la loi binomiale. D'autres, bloqués sur le terme « équiprobable » de l'énoncé affirment qu'il s'agit d'une loi uniforme.

Trop de candidats pensent que des variables aléatoires « suivent la même loi » si elles sont égales. On note également de grosses confusions entre les différents niveaux de langage en probabilités : événements, probabilités, variables aléatoires.

Lorsque le résultat est donné (par exemple dans la question 3) les étudiants n'ont aucun scrupule et sont prêts à justifier n'importe comment pour arriver au résultat comme ce candidat qui écrit : $4000 \times 4000 = \frac{1}{81}$.

La question 4 est souvent bien traitée même si les candidats maîtrisent mal les variables de Bernoulli.

On rappelle enfin aux professeurs que la notation C_n^p ne devrait plus être rencontrée.

Exercice 4 (5,6 points sur 20) représente 20% des points acquis par les candidats.

Dans cet exercice, la présence d'une fonction dépendant de l'entier n a pu mettre en difficulté les candidats les plus faibles.

Quasiment aucun candidat n'a traité la question 1.a). Ceux qui l'abordent ne voient pas le problème de continuité en 0. Dans la question 1.b) un tout petit nombre de candidats pense à développer avant de primitiver. La plupart de ceux qui ont répondu correctement sont passés par une intégration par parties. C'est la même chose dans tous les autres calculs d'intégrales (espérances), où le lien avec ce qui a déjà été fait n'est pas exploité. De nombreux candidats se débrouillent pour trouver que l'intégrale vaut 1, en vue de la question d'après sans tenir compte de $(n+1)(n+2)$.

La notion de fonction de répartition est mal comprise ce qui rend la rédaction de la question 2 hasardeuse. A noter des problèmes de français : beaucoup de candidats confondent « moins d'une demi-heure » et « au moins une demi-heure ».

Dans la question 3, une dizaine de candidats seulement pense à vérifier la propriété sur l'intervalle $[0,1]$. Le lien avec l'espérance est rarement vu.

Pour finir, la loi exponentielle est souvent reconnue et son espérance est connue des candidats.

III. Notes moyennes obtenues

Ex1	Ex2	Ex3	Ex4	Total
3,38	2,97	1,94	2,04	10,33

Sur l'ensemble des 993 copies, on peut remarquer une très grande hétérogénéité des prestations avec des copies d'un très bon niveau : plusieurs dizaines d'étudiants obtiennent ainsi la note maximale de 20. On rencontre aussi un grand nombre de notes très basses qui sont obtenues par des candidats en perdition et dont le niveau de compréhension est très faible voire parfois inexistant.

La note moyenne est de 10,33, l'écart-type est de 6,42.

IV. Conseils aux futurs candidats

La plupart des étudiants font un réel effort de présentation, mais il reste trop de copies très mal rédigées (ratures, fautes d'orthographe, absence de conclusion, etc.).

Les qualités de rigueur sont hélas moins répandues. Les erreurs que les correcteurs ont le plus rencontrées sont les suivantes :

- méconnaissance du cours ;
- manque de rigueur dans la conduite des raisonnements : les arguments sont peu mathématiques (on lit des « il est logique » ou « il est normal que » sans autres justifications) ;
- manque de maîtrise de certaines techniques fondamentales du cours (calculs de limites, manipulation des sommes, calcul d'intégrales, densité de probabilité) ;
- tendance à réciter des séquences type de cours sans les comprendre et sans voir le lien avec la question posée.

Enfin, même si cela concerne peu de copies, les correcteurs ont été amenés à sanctionner des cas trop fréquents de bluff, le candidat voulant à tout prix arriver au résultat énoncé, quitte à faire un raisonnement notoirement faux.

L'épreuve ESC est conçue pour les étudiants sérieux qui ont travaillé avec régularité tout au long de leurs deux années de préparation. Les exercices sont souvent proches de ceux que les candidats n'auront pas manqué de rencontrer avec leur professeur. On attend des candidats qu'ils soient capables de citer avec précision les théorèmes qu'ils utilisent et d'en citer les hypothèses.

Il est donc conseillé aux étudiants de connaître parfaitement les énoncés des théorèmes fondamentaux et de s'entraîner sur les exercices qu'ils auront rencontrés durant leurs deux années de préparation. Ils

sauront ainsi s'adapter aux exercices de cette épreuve en apportant la rigueur nécessaire dans les solutions et en respectant les notations qu'ils ont rencontrées tout au long de l'année.

Le jour de l'épreuve, on invite les candidats à lire en entier l'énoncé de chacun des exercices avant de commencer à les résoudre. Cela permet d'en comprendre la logique et d'éviter ainsi, peut-être, de réciter des séquences type sans les comprendre.