

MATHEMATIQUES T (épreuve n° 285)

2014

Epreuve conçue par ESCP Europe

Voie économique et commerciale

Le sujet

Comme à l'accoutumée, l'épreuve de mathématiques de l'option technologique comprenait quatre exercices indépendants dont le contenu couvrait une large partie du programme.

L'exercice 1, assez court, mêlait des outils d'analyse et de probabilité en étudiant les propriétés classiques d'une loi de probabilité exponentielle décentrée (fonction de répartition, espérance).

L'exercice 2 d'analyse étudiait les propriétés d'une suite définie par une intégrale (convergence, limite) en utilisant les instruments classiques d'étude de fonction, d'encadrement et de monotonie. De plus, on demandait de tracer la courbe représentative de la fonction f définie sur $[0,1]$ par $f(t) = \ln(1+t)$ et de démontrer la concavité de cette fonction.

Dans l'exercice 3, on étudiait un certain nombre de suites numériques à l'aide d'outils analytiques et algébriques : étude d'une fonction rationnelle, inégalités, convergence, calcul matriciel élémentaire, puissance n -ième d'une matrice.

Enfin, l'exercice 4 était le plus long et avait pour objet un schéma d'urne dans lequel on utilisait des probabilités conditionnelles, la formule des probabilités totales, des manipulations d'événements, une représentation matricielle du modèle étudié et sa solution asymptotique.

Résultats statistiques

La note moyenne des 1121 candidats à cette épreuve est de 9,55 avec un écart-type de 5,35. Les statistiques sont légèrement meilleures que celles du concours 2013, mais la valeur particulièrement élevée de l'écart-type révèle une très forte hétérogénéité du niveau mathématique des candidats de cette option. Les résultats par école sont les suivants :

- HEC (440 candidats) – moyenne : 11,64 ; écart-type : 5,10.
- ESCP Europe (566 candidats) – moyenne : 11,64; écart-type : 5,02.

Un peu plus du tiers des candidats, soit 393 candidats, ont obtenu une note supérieure à 12 et 144 candidats ont eu une note supérieure à 16 ; la note 20 fut attribuée à 20 candidats.

La note médiane est de 9,7, les deux autres quartiles étant respectivement égaux à 6,5 et 13,6. Les poids respectifs des quatre exercices dans le barème de notation étaient de 12%, 24%, 28% et 36%.

Pour obtenir la note maximale de 20, il fallait totaliser 75% des points du barème, ce qui correspondait à la résolution correcte des exercices 1 et 3 entièrement, de la quasi-totalité de l'exercice 2 (excepté la question 4.e) et des questions 1, 2, 3 et 6 de l'exercice 4.

Commentaires

On trouve toujours d'énormes erreurs, des incohérences, des tentatives de « bluff » et des affirmations non argumentées dans beaucoup trop de copies. Malgré certains progrès,

notamment dans la manipulation des inégalités et le raisonnement par récurrence, les remarques faites dans les rapports de jury précédents restent tout à fait actuelles.

Les erreurs les plus fréquentes sont résumées ci-dessous.

Analyse

Très souvent, on lit que si $f(0) = 0$ et si $f(1) = 1$, alors, $f(t)$ est compris entre 0 et 1 en ne mentionnant pas la croissance de f .

Le domaine de définition d'une fonction est fréquemment ignoré (ainsi, dans l'exercice 3, la fonction f est étudiée sur R alors qu'elle est définie par l'énoncé sur R_+).

Les hypothèses de l'inégalité des accroissements finis sont presque toujours mal maîtrisées (on invoque la croissance de la fonction !!).

Il n'est pas rare que le théorème de convergence des suites monotones soit interprété comme suit : la suite (u_n) est croissante et majorée par une expression qui dépend de n , alors elle est convergente !

Les techniques de calcul ne sont pas sues : des calculs élémentaires de dérivées sont très souvent faux, le calcul d'une primitive de $\exp(-2t)$ pose de sérieux problèmes à nombre de candidats, on trouve $3.3^n = 9^n$.

On note beaucoup de maladresses et d'incohérences entre un calcul et son interprétation : par exemple, une dérivée strictement positive se traduit par une fonction décroissante puis croissante, ou encore, on trouve qu'une fonction est concave et on la représente graphiquement par une courbe convexe !

Algèbre

On trouve trop souvent que la puissance n -ième d'une matrice s'obtient en élevant à la puissance n tous les coefficients de cette matrice !

De même, il est fréquent que les candidats appliquent la commutativité du produit de deux matrices (alors qu'elles ne commutent pas).

Pour beaucoup de candidats, toute matrice diagonale est inversible !!

Dans les copies les plus faibles (celles qui n'obtiennent des points que par les calculs matriciels), on commet des erreurs dans le calcul de RQ ou de $CR-RD$ (exercice 4).

A partir de la relation $RQ = 10 I$, pour montrer que la matrice R est inversible et calculer son inverse, une majorité de candidats se lancent dans un « pivot de Gauss » (souvent faux) et obtiennent un résultat également faux.

Le calcul de la matrice L (question 5.a de l'exercice 4) n'a quasiment jamais abouti à un résultat juste !

Probabilités

Une minorité de candidats justifient l'utilisation du théorème des probabilités totales. Souvent, ils « s'embarquent » dans des considérations pseudo-littéraires pour justifier leurs calculs.

Bien que cette erreur soit en régression sensible par rapport aux concours passés, on trouve encore trop fréquemment des confusions entre densité et fonction de répartition.