

## CONCOURS G2E

## PHYSIQUE

Durée : 3 heures

Les calculatrices programmables et alphanumériques sont autorisées.

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est strictement interdit.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il en fait mention dans sa copie et poursuit sa composition. Dans ce cas, il indique clairement la raison des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Une grande attention sera apportée à la clarté de la rédaction et à la présentation des différents schémas.

## A. NAVIGATION À MOTEUR ET À VOILE

### 1. NAVIRE À MOTEUR

Un navire, de masse  $m = 10\,000$  tonnes, file en ligne droite, à la vitesse  $v_0 = 15$  nœuds.

La force de résistance exercée par l'eau sur la coque du bateau est du type :  $F = k v^2$  où  $k$  est une constante et  $v$  la vitesse du bateau.

Un nœud correspond à 1 mille nautique par heure et le nautique est égal à 1852 m.

On se place dans un référentiel lié au port qui sera supposé galiléen.

- 1.1. Calculer la constante  $k$  sachant que le moteur fournit une puissance de 5 MW à la vitesse  $v_0$ .
- 1.2. Le navire stoppe ses machines à la distance  $X$  au large de la passe d'entrée d'un port. Déterminer l'expression de la vitesse du navire en fonction du temps  $t$ . On posera  $\tau = m/k$ .
- 1.3. En déduire la distance  $X$  parcourue par le navire en fonction de  $\tau$ ,  $v_0$  et  $v_p$ , la vitesse au niveau de la passe.  
Calculer cette distance si on désire atteindre la passe à la vitesse de 2 nœuds.
- 1.4. Déterminer le temps  $\theta$  mis pour atteindre la passe.
- 1.5. Déterminer la vitesse,  $v_Q$ , à l'arrivée à quai, un demi-mille au-delà de la passe d'entrée ?  
On la calculera en nœuds puis en m/s.
- 1.6. Quelle est la solution d'urgence pour arrêter le bateau ?

### 2. NAVIRES À VOILE LORS D'UNE RÉGATE

On considère deux navires identiques, assimilés à des parallélépipèdes de longueur  $L$ , terminés à l'avant et à l'arrière par deux dièdres (fig.1).

On désigne par  $d$  la distance séparant leurs bords proches et par  $D$  la distance entre leurs plans de symétrie longitudinaux.

On dit qu'ils naviguent de conserve.

On se placera dans un repère lié aux bateaux, dans ce repère, les navires sont immobiles et c'est la mer qui est animée d'une vitesse constante notée  $\vec{v}$ .

Cependant, dans l'intervalle séparant les coques des navires, et jusqu'à la profondeur  $H$ , la vitesse de la mer est différente et on la note  $\vec{V}$ . L'eau est considérée comme un liquide parfait.

On admettra que les écoulements sont laminaires et que le régime est permanent.

- 2.1. On considère un tube de courant délimité par deux plans horizontaux distants de  $\Delta z$ , deux surfaces verticales passant par les lignes de courant arrivant sur la proue de chaque bateau. Calculer la vitesse  $V$  en fonction de  $v$ ,  $d$  et  $D$ .
- 2.2. Déterminer l'expression de l'écart de pression entre le point A loin des navires et le point B.
- 2.3. On admet que la pression en tout point extérieur à la région comprise entre les navires est la même qu'en A.

Déterminer alors la force  $\vec{F}$ , perpendiculaire aux navires, qui s'exerce sur chaque bateau.  
 Les points C et C' sont symétriques par rapport à B.  
 Justifier qu'elle tend à les rapprocher l'un de l'autre.  
 On négligera les forces s'exerçant aux voisinages des dièdres terminaux.  
 On donne :  $\mu = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $L = 50 \text{ m}$ ,  $h = 3 \text{ m}$ ,  $v = 5 \text{ m/s}$ ,  $d = 20 \text{ m}$  et  $D = 25 \text{ m}$ .

### 3. BALISE LUMINEUSE

La passe du port est signalée la nuit par une balise lumineuse (fig.2).

La source de lumière est constituée d'un tube à décharge.

La décharge électrique qui se produit entre les électrodes du tube est caractérisée par une tension d'allumage  $U_a$  et une tension d'extinction  $U_{ex}$ . On admettra que :

- $E > U_a > U_{ex}$ .
- Lorsque le tube fonctionne, il se comporte comme un résistor de résistance  $r \ll R$ .
- Lorsqu'il est éteint, il se comporte comme un résistor de résistance infinie.

On ferme l'interrupteur (K) à l'instant initial  $t = 0$ . Le condensateur n'est pas chargé.

On posera  $\tau = RC$ .

3.1. Dans l'intervalle  $0 < t < t_a$ , déterminer la loi  $v(t)$ . Calculer l'instant  $t_a$  où s'amorce la décharge.

3.2. Établir l'équation différentielle à laquelle satisfait  $v(t)$  à partir de cet instant.

On utilisera la condition  $R \gg r$  pour simplifier et intégrer cette équation différentielle.

On posera  $\tau' = rC$ .

3.3. En déduire l'expression de l'instant  $t_{ex}$  où se produit l'extinction du tube.

3.4. Calculer la durée  $T_1$  de l'éclair produit dans le tube.

3.5. À partir de l'instant  $t_{ex}$  le tube est éteint.

Établir l'expression du temps  $T_2$  qui s'écoule jusqu'au prochain ré-allumage de la décharge en fonction de  $\tau$ ,  $E$ ,  $U_{ex}$  et  $U_a$ . Calculer  $T_2$ .

3.6. En déduire la valeur  $T$  de la période des éclairs produits par ce dispositif.

On donne :  $C = 1 \mu\text{F}$ ,  $r = 1 \Omega$ ,  $R = 2 \text{ M}\Omega$ ,  $E = 120 \text{ V}$ ,  $U_a = 90 \text{ V}$  et  $U_{ex} = 70 \text{ V}$ .

## B. PROPULSION DU NAVIRE

Le navire à moteur précédent utilise une turbine à gaz pour actionner l'hélice.

On négligera les variations d'énergies cinétiques et potentielles du fluide.

### 1. COMPRESSION D'UN GAZ PARFAIT

Une mole d'air, considéré comme du gaz parfait, est prélevée dans l'atmosphère à la température  $T_i$  sous la pression  $P_i$ .

Elle est comprimée de façon isentropique jusqu'à la pression  $P_f$ .

1.1. Exprimer la température finale du gaz,  $T_f$ , en fonction de  $T_i$  et des pressions.

1.1.1. Exprimer la variation d'enthalpie molaire,  $\Delta H$ , du gaz en fonction de  $T_i$ ,  $C_p$  et des pressions.

1.1.2. En déduire le travail utile molaire,  $\tau$ , que doit fournir un compresseur pour réaliser cette compression.

Données :  $T_i = 288 \text{ K}$ ,  $P_i = 1 \text{ bar}$ ,  $P_f = 12 \text{ bars}$ ,  $C_p = 29 \text{ J/K.mol}$  et  $\gamma = 1,4$ .

1.2. Cette compression est réalisée dans deux compresseurs isentropiques, identiques, montés en cascade.

L'air traverse un premier compresseur qui le comprime de  $P_i$  à  $P_0$ , puis un échangeur où il se refroidit de façon isobare sous la pression  $P_0$ , jusqu'à la température  $T_i$  et enfin un second compresseur qui le comprime de  $P_0$  à  $P_f$ .

1.2.1. Exprimer le travail utile,  $\tau'$ , que doivent fournir l'ensemble des deux compresseurs en fonction de  $C_p$ ,  $T_i$ ,  $P_i$ ,  $P_0$ ,  $P_f$  et  $\gamma$ .

1.2.2. Montrer que si  $(P_0)^2 = P_i P_f$  alors le travail utile est minimal.

Calculer les valeurs de  $P_0$  et du travail utile minimal.

## 2. TURBINE À GAZ

Soit le dispositif représenté par la figure 3.

On donne :  $P_A = 1$  bar,  $P_B = 12$  bars et  $T_A = 288$  K.

Une mole d'air prélevée dans l'atmosphère en A est comprimée jusqu'à la pression  $P_B$ , dans le compresseur à deux étages selon le processus décrit dans la question 1.3.2.

Entre les étages, l'air est refroidi de façon isobare dans l'échangeur jusqu'à la température  $T_A$ .

Dans la chambre de combustion, l'air est échauffé de façon isobare jusqu'à  $T_C = 1050$  K.

Dans la turbine (T), l'air est détendu de façon isentropique jusqu'à  $P_D = P_A$ .

2.1. Calculer les températures  $T_B$  et  $T_D$ .

2.1.1. Calculer le travail utile,  $\tau_C$ , nécessaire à la compression du fluide dans le compresseur à étages.

2.1.2. Calculer le travail utile,  $\tau_T$ , échangé par la turbine (T).

2.1.3. En déduire le travail utile total transmis à l'arbre de l'hélice.

2.2. Calculer la quantité de chaleur  $Q$  reçue par l'air lors de la transformation BC.

On négligera les modifications chimiques du gaz pendant la combustion.

2.3. En déduire le rendement  $\eta$  de la turbine à gaz.

2.4. Quel doit être le débit massique de l'air,  $D_m$ , pour obtenir une puissance de 5 MW ?  
La masse molaire de l'air est  $M = 29$  g/mol.

## C. BALEINE À BABORD !

Un mammifère marin peut être sommairement schématisé par une sphère de muscles de centre O et de rayon R, dont le métabolisme dégage une puissance thermique volumique  $\varphi_0$ .

L'animal est plongé dans un fluide (eau ou air) de conductivité thermique  $\lambda(\text{eau})$  ou  $\lambda(\text{air})$ .

La température très loin du mammifère est la température ambiante soit  $T_0 = 293$  K.

On se place en régime unidimensionnel et permanent.

Le vecteur densité de chaleur s'écrit :  $\vec{j}_Q = j(r)\vec{u}$  où  $\vec{u}$  est un vecteur unitaire radial.

1. Rappeler la loi de Fourier. Justifier le signe négatif de la loi de Fourier.

2. Citer des lois analogues à celle de Fourier.

3. Déterminer la puissance thermique  $\Phi$  dégagée par le mammifère en fonction de R et de  $\varphi_0$ .

4. Exprimer le vecteur densité de chaleur en  $r = R$  en fonction de  $\varphi_0$ .

5. Montrer que pour  $r > R$  :  $4\pi r^2 j(r) = A$ . Exprimer la constante A.

6. En déduire l'équation différentielle vérifiée par la température  $T(r)$  pour  $r > R$ .

7. Montrer que la solution de l'équation différentielle s'écrit :  $T(r) = T_0 + \frac{a}{r}$ .

On exprimera la constante a en fonction de R,  $\lambda$  et  $\varphi_0$ .

8. Calculer la température cutanée,  $T_C$ , de l'animal.

9. Déterminer les valeurs de  $\varphi_0$  pour avoir une température  $T_C = 303$  K dans l'eau puis dans l'air.

On donne :  $\lambda(\text{eau}) = 500$  SI,  $\lambda(\text{air}) = 5$  SI et  $R = 25$  cm.

Ces valeurs permettent d'avoir un rapport surface/volume voisin de celui d'un être humain.

10. Pourquoi n'existe-t-il pas de petits mammifères marins ?

## D. BALISE ARGOS

Pour localiser la baleine on l'équipe d'une balise Argos.

Le signal électromagnétique émis par la balise est reçu par un satellite.

La Terre est supposée sphérique, de centre O et de rayon  $R_T$ .

Le référentiel terrestre est supposé galiléen.

Le satellite, assimilé à un point matériel de masse m, décrit une trajectoire circulaire et uniforme de centre O et de rayon r. On négligera dans un premier temps toute force de frottement.

L'accélération de la pesanteur, à la distance r du centre de la Terre, est  $g(r) = g_0 \left(\frac{R_T}{r}\right)^2$ .

1. Que représente  $g_0$  ?
2. L'accélération,  $\vec{\gamma}$ , d'un point matériel qui décrit un mouvement circulaire uniforme, de rayon  $r$ , s'écrit :  $\vec{\gamma} = -\frac{v^2}{r} \vec{u}_r$  où  $v$  reste la vitesse du mobile et  $\vec{u}_r$  le vecteur radial.
- 2.1. Déterminer l'expression de la vitesse du satellite sur son orbite à l'altitude  $h$ .
- 2.2. En déduire la période  $T$  de révolution du satellite. La calculer.  
On donne :  $g_0 = 10 \text{ m/s}^2$  ;  $R_T = 6400 \text{ km}$  et  $h = 850 \text{ km}$ .
3. Déterminer, pour le satellite, en fonction de  $m$ ,  $r$ ,  $R_T$  et  $g_0$  :
  - 3.1. L'énergie cinétique  $E_c$ .
  - 3.2. L'énergie potentielle  $E_p(r)$ . On prendra  $E_p(\infty) = 0$ .
  - 3.3. L'énergie mécanique  $E$ .
4. On suppose qu'une perturbation provoque une légère variation de l'altitude, la trajectoire restant sensiblement circulaire de rayon  $R_T + h$ .  
Comment varie la vitesse lorsque l'altitude diminue ?
5. Dans la haute atmosphère, le satellite est soumis, en plus de l'attraction terrestre, à une force de frottement.
  - 5.1. Montrer que, lors d'une variation d'altitude, le travail des forces de frottement est égal à la variation d'énergie mécanique.
  - 5.2. Calculer ce travail pour une perte d'altitude de 200 m, si  $m = 500 \text{ kg}$ .

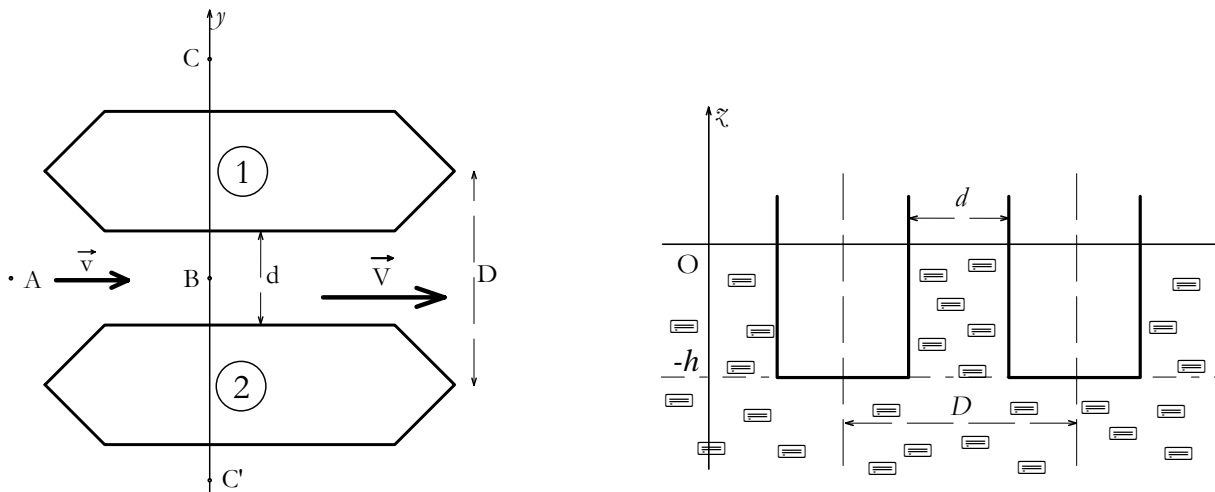


Figure n°1

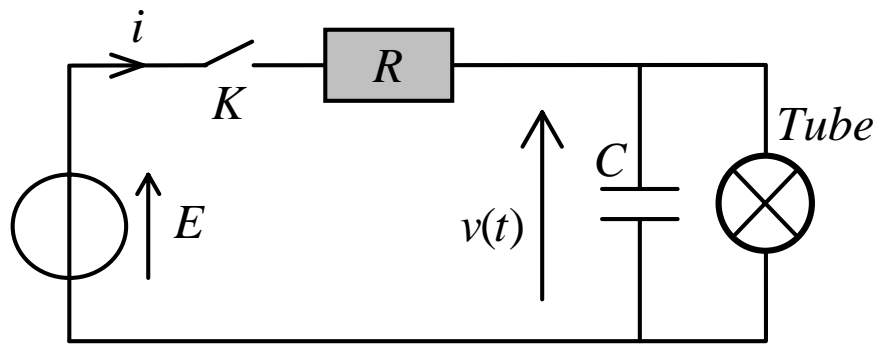


Figure n°2

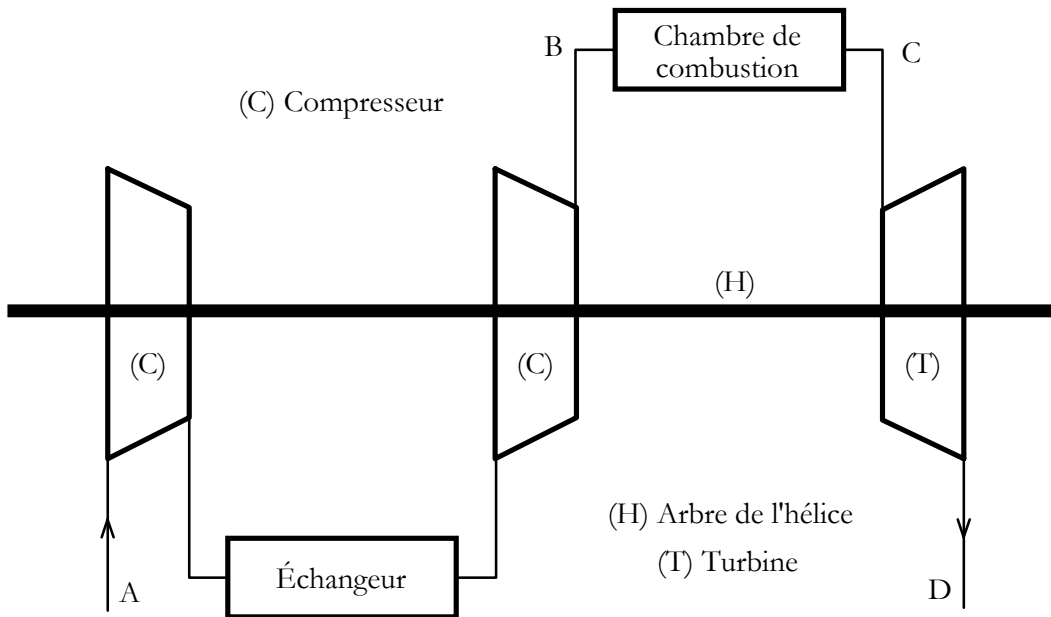


Figure n°3