

CONCOURS G2E

PHYSIQUE

durée 3h30

Les calculatrices sont autorisées.

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est strictement interdit.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il en fait mention dans sa copie et poursuit sa composition. Dans ce cas, il indique clairement la raison des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

La page 9 est une annexe à rendre avec la copie, sans collage ni agrapage.

Une grande attention sera apportée à la clarté de la rédaction et à la présentation des différents schémas.

OEIL ET VISION

Ce problème aborde quelques phénomènes physiques liés au fonctionnement de l'oeil humain et à la transmission électrique vers le cerveau. Le fonctionnement général est introduit sur la figure 1.

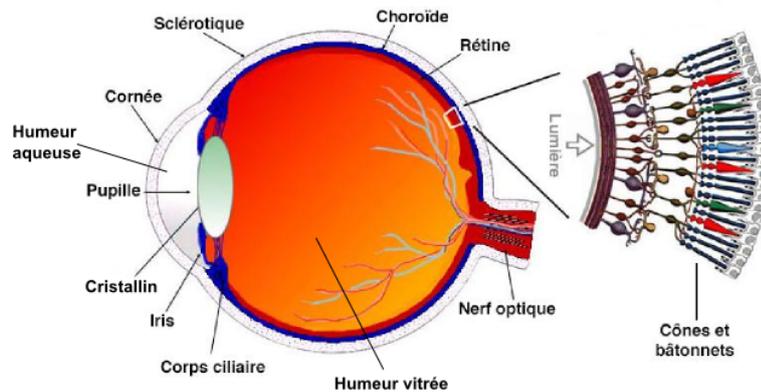


FIGURE 1 – Les différentes parties de l'oeil humain.

Constantes fondamentales intervenant dans le problème :

- Constante des gaz parfaits $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
- Constante de Faraday $F = 96500 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Charge élémentaire : $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Constante de Planck : $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

1 Sensibilité de l'oeil

Le fond de l'oeil est tapissé par la rétine, membrane très fragile, jaunâtre et transparente. C'est la partie sensible de l'oeil. Cette sensibilité est due à deux sortes de cellules :

- Les bâtonnets : comme leur nom l'indique, ces cellules ont une forme allongée. Ils sont colorés en rose par le pourpre rétinien qui les rend sensibles à la lumière. Ils ne sont pas sensibles à la couleur et travaillent essentiellement en vision crépusculaire. On compte environ 120 millions de bâtonnets dans la rétine humaine.
- Les cônes : ce sont les seuls à être sensibles à la couleur. Ils participent essentiellement à la vision diurne.

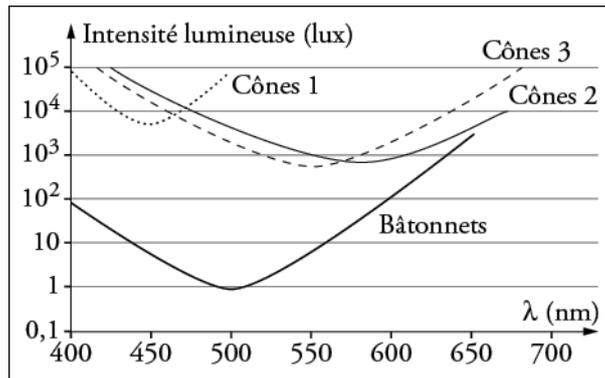


FIGURE 2 – Eclairage lumineux minimal pour lequel les quatre types de cellules photosensibles émettent un signal électrique

1. Quel est le domaine de longueur d'onde du visible ?
2. A partir de la figure 2, justifier que les bâtonnets sont associés à la vision nocturne et que les cônes sont associés à la vision diurne.
3. L'énergie d'un photon dans une onde lumineuse de fréquence f est donnée par la relation $E = hf$ où h est la constante de Planck. Calculer les fréquences f_1 , f_2 et f_3 pour lesquelles chaque type de cône est le plus sensible. En déduire les énergies E_1 , E_2 et E_3 des photons associés.
4. Le lux est une unité de puissance lumineuse adaptée à l'oeil humain, correspondant à la puissance minimale détectable par l'oeil. Comme le montre la figure 1, c'est dans les verts ($\lambda = 550$ nm), que l'oeil humain est le plus sensible. A cette longueur d'onde, un éclairage de $1,0 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ correspond à 683 lux. Le diamètre moyen de la pupille de jour est de 3,0 mm.
 - a. Calculer la puissance minimale en Watt que doit recevoir l'oeil pour détecter du vert.
 - b. A quel débit de photons cela correspond-il ?

2 Formation d'images

Lorsqu'ils pénètrent dans l'oeil, les photons suivent la trajectoire des rayons lumineux. Cette partie étudie l'oeil d'un point de vue optique géométrique.

2.1 Dioptre sphérique

Dans une modélisation préliminaire, on considère que l'oeil est une sphère de rayon a , et d'indice n . Un rayon lumineux incident arrive sur l'oeil, parallèlement à l'axe optique, avec une hauteur h petite devant a . Il est alors réfracté et atteint la rétine en son centre. Dans toute cette partie on se place dans l'approximation aux petits angles, ce qui revient à supposer $h \ll a$.

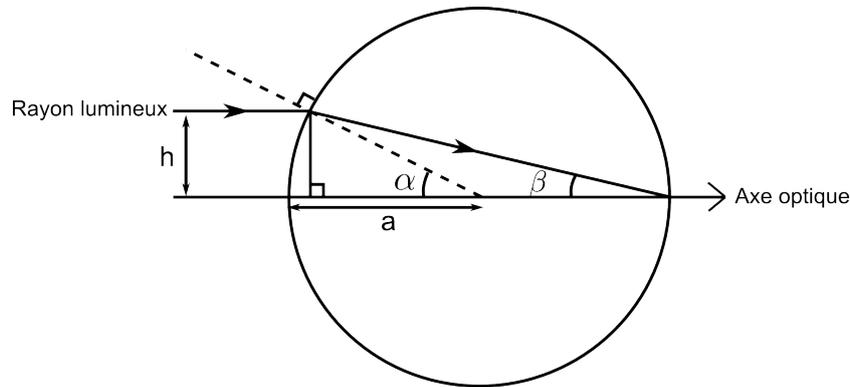


FIGURE 3 – Rayons venant de l’infini traversant l’oeil modélisé par une sphère d’indice n .

1. Donner une relation entre h , a et $\sin \alpha$ et simplifier aux petits angles. De même relier h , a et β .
2. Reproduire le schéma ci-dessus, et y indiquer l’angle d’incidence i et l’angle de réfraction r . Relier i et r à α et β .
3. Ecrire la loi de Descartes et la simplifier aux petits angles ; en déduire la valeur de l’indice n de l’oeil dans ce modèle.
4. L’indice des humeurs aqueuse et vitrée est en fait plus faible, proche de celui de l’eau 1,33. Commenter en considérant l’effet du cristallin, qui n’a pas été pris en compte.

2.2 Lentille convergente

L’ensemble de l’oeil est à présent modélisé par une unique lentille convergente, et la rétine par un écran situé à la distance $d = 20$ mm de la lentille. On rappelle la relation de conjugaison avec origine au centre d’une lentille de distance focale f' :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

où O est le centre de la lentille, A est la position de l’objet sur l’axe optique et A' la position de l’image sur l’axe optique. Les distances sont algébriques.

1. Définir les notions d’accommodation, de punctum proximum PP et de punctum remotum PR.
2. Pour un oeil sans défauts, le PP est de l’ordre de 20 cm et le PR est à l’infini.
 - a. Quelle est la valeur de la distance focale lorsque l’oeil regarde un objet à l’infini ? Faire une construction géométrique.
 - b. Même question lorsque l’oeil regarde au PP. Faire une construction géométrique.
 - c. Calculer l’écart relatif entre ces deux valeurs et commenter l’action du cristallin dans la réfraction.
3. Un patient myope voit flou les objets situés à plus d’un mètre de distance. Il cherche des lentilles de contact pour corriger ce défaut. On rappelle que deux lentilles accolées sont équivalentes à une lentille unique dont la vergence est la somme des vergences des deux lentilles.
 - a. Rappeler ce qu’est la vergence d’une lentille.
 - b. Calculer la vergence de l’oeil du patient lorsqu’il regarde un objet à 1 mètre de distance.
 - c. Calculer la vergence de la lentille de contact à placer sur l’oeil du patient pour qu’il puisse voir net un objet à l’infini.

2.3 Lunettes vs lentilles, questions pratiques

1. Pourquoi faut-il conserver les lentilles de contact dans l'eau salée ?
2. Par rapport aux lentilles, les lunettes limitent le champ de vision accessible. Un patient porte des lunettes à verres rectangulaires, de côtés 2.5 cm et 5 cm, et la distance entre l'oeil et le verre de lunette est de 1.5 cm. A l'aide d'un schéma, calculer, en degrés, l'angle de vision que l'on a travers ces lunettes dans les deux directions.
3. Qu'est-ce qu'un verre progressif ?

2.4 Vitesse des paupières

Les paupières ont un mouvement circulaire sur l'oeil, de rayon $R = 1$ cm. On note ω leur vitesse angulaire. Lors d'une fermeture réflexe des paupières, ω est de l'ordre de $500 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$. On note $e = 1$ mm l'épaisseur d'une paupière et ρ la masse volumique de la peau, supposée égale à celle de l'eau.

1. Donner l'expression de la vitesse v des paupières. Calculer v .
2. On considère que les paupières recouvrent environ $1/4$ de la surface de l'oeil. En déduire une estimation de la masse m des paupières.
3. Calculer l'énergie cinétique des paupières lors de leur fermeture.

3 Transmission nerveuse

Les cellules de la rétine transforment le signal lumineux en signal électrique, qui se propage ensuite vers le cerveau via les neurones. Comme le montre la figure 4, la propagation de l'information a principalement lieu dans l'axone. Elle est transmise aux neurones voisins via les dendrites et synapses.

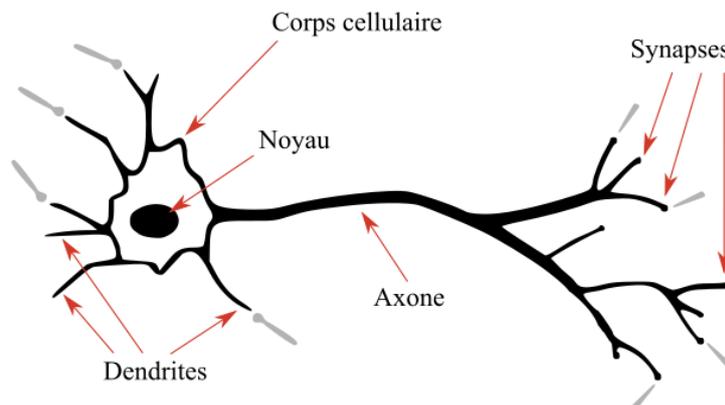


FIGURE 4 – Schéma d'un neurone.

3.1 Potentiel au repos

On modélise l'axone par un cylindre de rayon $a = 10 \mu\text{m}$, représenté sur la figure 5. La paroi cellulaire a une épaisseur $\epsilon = 100$ nm et une résistivité $\rho = 1 \cdot 10^6 \Omega\cdot\text{m}$. Nous en étudions une portion de longueur $l = 1$ cm. L'intérieur de l'axone, appelé axoplasme, est une solution aqueuse comportant principalement des ions potassium K^+ , calcium Ca^{2+} et chlorure Cl^- . Le milieu extérieur est également une solution aqueuse comportant les mêmes ions, mais à une concentration différente. Au

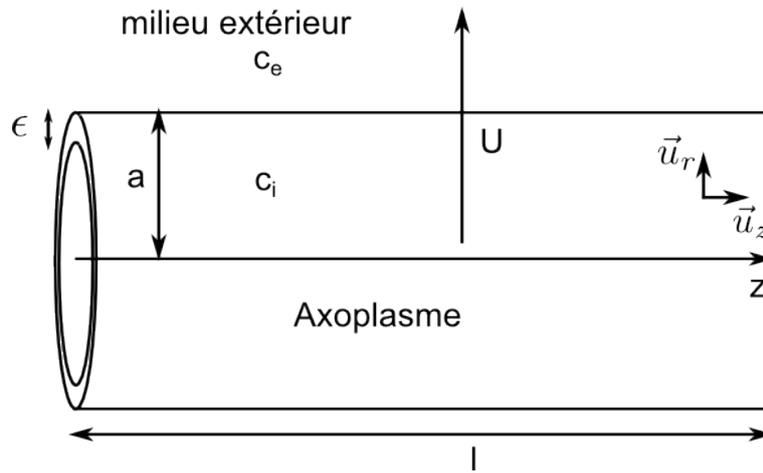


FIGURE 5 – Modèle d'axone cylindrique.

repos, on peut considérer pour simplifier que la paroi est perméable aux ions potassium seulement, aussi nous nous intéressons uniquement à ces ions dans cette partie.

Au repos on mesure une différence de potentiel $U = 60$ mV entre le milieu extérieur et l'axoplasme. Cette tension est due à la différence de concentration en ions de part et d'autre de la membrane. La formule de Nernst en donne l'expression :

$$U = \frac{RT}{F} \ln \frac{c_i}{c_e}$$

où T est la température en Kelvin, $c_e = 5.0$ mmol·L⁻¹ est la concentration en K^+ dans le milieu extérieur et c_i la concentration en K^+ dans l'axoplasme. R et F sont les constantes fondamentales définies en début d'énoncé.

1. Que vaut T pour le corps humain ? Calculer c_i .
2. La tension U entraîne l'existence d'une densité de courant électrique notée \vec{j}_1 .
 - a. Donner l'unité de j_1 . Indiquer la direction et le sens du vecteur \vec{j}_1 . Justifier.
 - b. Exprimer la surface latérale S de la portion de neurone étudiée en fonction des grandeurs géométriques définies sur la figure 5.
 - c. Donner l'expression de la résistance électrique R de la paroi en fonction de ρ et des grandeurs géométriques. On tiendra compte du fait que la paroi de l'axone est très fine pour proposer une expression simple.
 - d. En déduire le courant électrique total I_1 entrant sous l'effet de la tension U , puis l'expression de j_1 en fonction de U , ρ et ϵ . Calculer j_1 .
3. La différence de concentration entre l'intérieur et l'extérieur du neurone donne également lieu à un phénomène de diffusion de particules à travers la paroi. La densité de flux de particules est notée \vec{j}_p . La densité de courant électrique associée est notée \vec{j}_2 . On donne $D = 10^{-13}$ SI le coefficient de diffusion des ions K^+ à travers la paroi. On note n la densité particulaire en K^+ .
 - a. Énoncer la loi de Fick, et indiquer les unités des grandeurs qui figurent dans cette loi. Donner la direction et le sens du vecteur \vec{j}_2 .
 - b. Donner la relation entre c et n , puis celle entre \vec{j}_p et \vec{j}_2 . On pourra faire intervenir des constantes fondamentales, données en début de sujet.
 - c. En régime stationnaire, le profil de concentration dans la membrane peut être considéré comme linéaire. En déduire l'expression de \vec{j}_2 en fonction de c_i , c_e , ϵ , de constantes fondamentales et d'un vecteur de base. Calculer j_2 .

4. Comparer j_1 et j_2 . Globalement, le flux entrant d'ions potassium est-il positif, négatif ou nul ? Cela est-il compatible avec un régime stationnaire ?

Un troisième phénomène intervient dans le maintien de ce potentiel au repos : les pompes dites sodium-potassium. Leur fonctionnement demande de l'énergie, mais permet de maintenir constantes les concentrations.

3.2 Potentiel d'action

Lorsque les cônes et bâtonnets sont stimulés, un signal électrique appelé potentiel d'action se propage dans le nerf optique. Son profil temporel en un point donné de l'axone est donné par la figure 6.

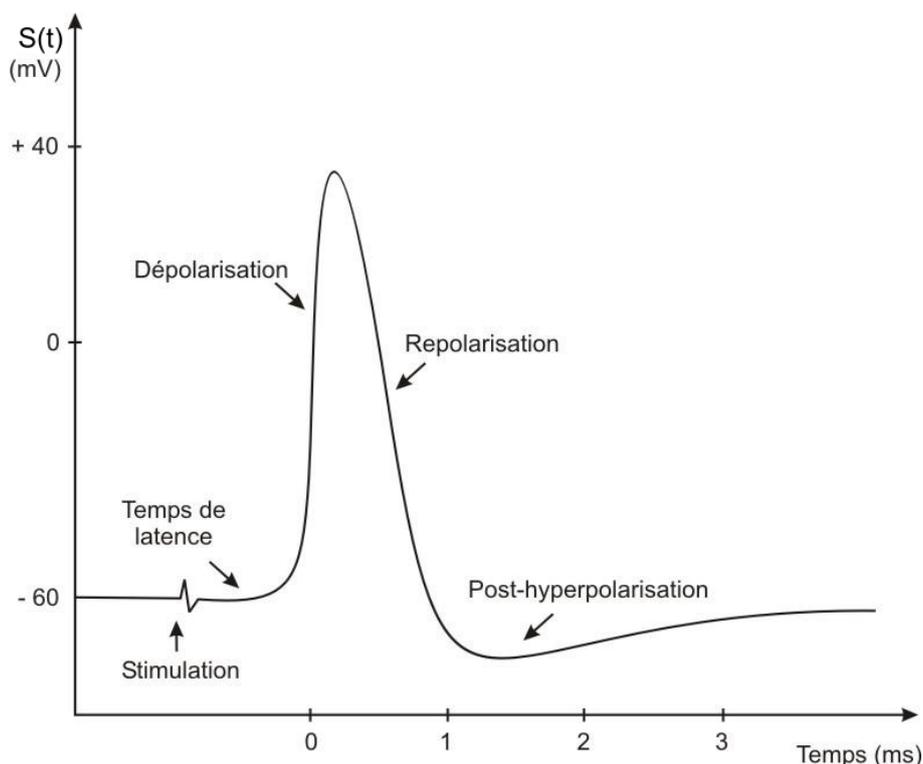


FIGURE 6 – Evolution de la différence $S = V_{int} - V_{ext}$ en fonction du temps lors de la stimulation d'un neurone. S correspond en fait à l'opposé de U définie figure 5. La stimulation provoque l'ouverture de canaux à sodium : les parois deviennent fortement perméables au sodium pendant un court instant, ce qui entraîne la polarisation. La diffusion des ions potassium et les pompes sodium-potassium permettent un retour au potentiel d'équilibre (repolarisation).

1. Lire la valeur de repos S_0 , la valeur maximale S_{max} , la valeur minimale S_{min} de ce signal et sa durée caractéristique τ .
2. On cherche à reproduire ce signal à l'aide du matériel d'électricité disponible au laboratoire. Un circuit qui peut convenir est présenté sur la figure 7.

Pour $t < 0$, l'interrupteur est ouvert, le condensateur est déchargé et le régime est permanent. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

- a. Pour $t < 0$, quelles sont les valeurs de i , u_C et S ? En déduire la valeur de V_0 à choisir.
- b. Exprimer les valeurs de i , u_C et S à l'instant $t = 0^+$, juste après la fermeture de l'interrupteur.

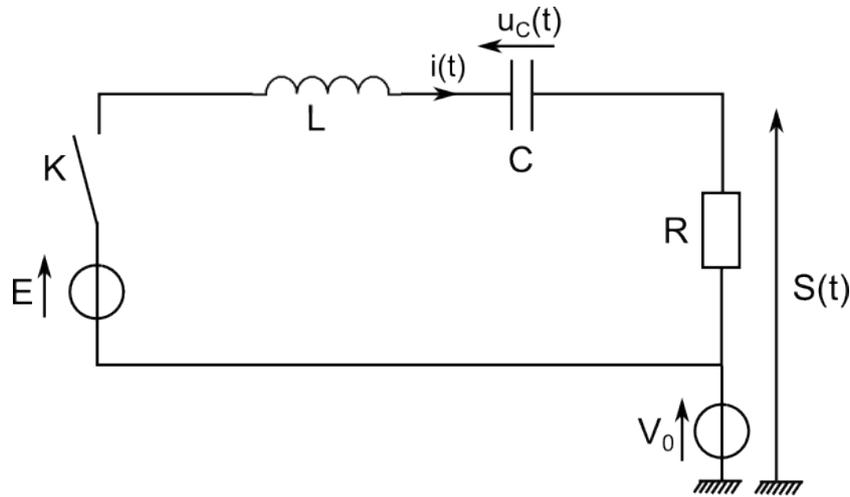


FIGURE 7 – Circuit RLC soumis à un échelon de tension. On cherche les valeurs de V_0 , E , R , L et C telles que le signal $S(t)$ du circuit corresponde le plus possible au signal $S(t)$ du neurone.

- Donner la relation entre $i(t)$, $S(t)$, V_0 et R . Donner la relation entre $i(t)$ et $u_C(t)$.
- Ecrire la loi des mailles et en déduire l'équation du deuxième ordre vérifiée par $S(t)$.
- Mettre cette équation sous la forme canonique suivante

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = \omega_0^2 V_0$$

et identifier la pulsation ω_0 et le facteur de qualité Q en fonction de R , L et C .

- On rappelle la forme générale de la solution :

$$S(t) = e^{-t/\tau}(A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) + V_0$$

où A et B sont des constantes d'intégration.

Donner les expressions de τ et ω en fonction de ω_0 et Q .

- Montrer que l'une des deux constantes d'intégration est nulle.
- Ecrire la loi des mailles à l'instant $t = 0^+$ et en déduire l'expression de $\frac{dS}{dt}(0^+)$. Exprimer alors la deuxième constante d'intégration en fonction de ω , E , τ .

Avec un logiciel de tracé, on peut ajuster les paramètres τ , ω et E de telle façon que le signal électrique S soit le plus proche possible du potentiel d'action. Le résultat est donné par la figure 8.

- Comparer les courbes des figures 6 et 8. Donner au moins deux points communs et deux différences notables entre le signal ajusté et le potentiel d'action.

3.3 Réponse en vitesse

- La persistance rétinienne est le temps caractéristique de la vision, et vaut entre un trentième et un cinquantième de seconde. L'information électrique voyage dans le cerveau à une vitesse moyenne de $50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
 - Quelle est la durée minimale entre deux potentiels d'action successifs ? Comparer cette durée à la persistance rétinienne.

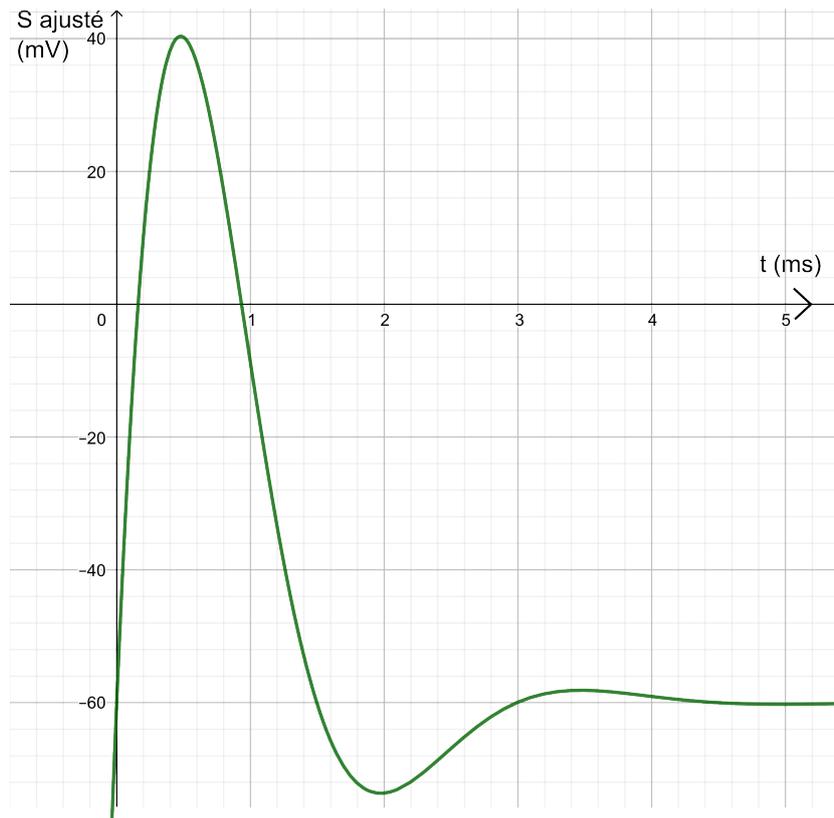


FIGURE 8 – Signal S ajusté en choisissant les paramètres A , τ et ω de façon à se rapprocher au mieux de l’allure du potentiel d’action. Les valeurs retenues sont $A = 225$ mV, $\tau = 0.75$ s, et $\omega = 2.1$ rad·s⁻¹.

- b. Quelle est la durée mise par l’information électrique pour se propager dans le cerveau ? Comparer cette durée à la persistance rétinienne.
 - c. Les durées définies dans les deux questions précédentes permettent-elles d’expliquer la persistance rétinienne ?
 - d. En quelques lignes, expliquer la persistance rétinienne avec votre culture de biologiste.
2. La persistance rétinienne peut entrainer certaines perceptions erronées. Par exemple, si on observe une roue tournant à grande vitesse, il est impossible de connaitre son sens de rotation, ce que nous allons mettre en évidence dans le document en figure 9.
- a. Compléter le document de la figure 9 en annexe en plaçant les traits sur les disques vides.
 - b. A partir de quelle période de rotation y a-t-il un problème de perception du sens de rotation ? Expliquer.

Correctif de l'énoncé du sujet de Physique 2019 – Concours G2E

1) page 1/9 :

Dans les constantes fondamentales intervenant dans le problème, il manque :

- Célérité de la lumière $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

2) page 5/9, partie 3 - Potentiel au repos, question 3.a :

Il faut lire :

a. Énoncer la loi de Fick, et indiquer les unités des grandeurs qui figurent dans cette loi. Donner la direction et le sens du vecteur \vec{j}_p .

3) page 8/9, Figure 8 :

Il faut lire sur la légende :

Figure 8 - Signal S ajusté en choisissant les paramètres \mathbf{B} , τ et ω de façon à se rapprocher au mieux de l'allure du potentiel d'action. Les valeurs retenues sont $\mathbf{B} = 225 \text{ mV}$, $\tau = 0.75 \text{ s}$, et $\omega = 2.1 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$.